

4 Elektrisches Feld

4.1 Eigenschaften des elektrischen Feldes

Versuch 1: Verbinden Sie eine Metallkugel mit dem Band eines Bandgenerators (**Bild 1**). Treiben Sie nun den Bandgenerator an und lassen Sie auf den geladenen Schirm einen kleinen Wattebausch fallen.

Der Wattebausch springt auf gebogenen Bahnen zwischen dem Schirm und der Kugel hin und her (**Bild 1**).

Fällt Watte auf die negativ geladene Elektrode, so wird sie dort mit Elektronen beladen und nimmt die gleiche Ladung wie die Elektrode an. Dadurch wird sie abgestoßen. Die Watte fliegt zur positiv geladenen Elektrode und transportiert hierbei Elektronen. Beim Berühren der positiven Elektrode werden Elektronen abgesaugt. Die Watte wird umgeladen und erneut abgestoßen. Sie fliegt zwischen Schirm und Kugel hin und her. Auf die Watte wirken in einem elektrischen Feld Anziehungs- und Abstoßungskräfte. Ein elektrisches Feld ist ein Raum, in dem auf geladene Körper Kräfte ausgeübt werden.

Im Raum zwischen positiv und negativ geladenen Elektroden herrscht ein elektrisches Feld, das Kräfte auf elektrische Ladungen ausübt.

Ein geladenes Teilchen bewegt sich im elektrischen Feld entlang einer gedachten Linie. Solche Linien in Richtung der auftretenden Kräfte nennt man **elektrische Feldlinien**. Ein elektrisches Feld lässt sich durch Feldlinien darstellen. Für elektrische Feldlinien ist festgelegt:

- Die elektrischen Feldlinien gehen von positiven Ladungen aus und enden an negativen Ladungen.
- Elektrische Feldlinien beginnen und enden an der Oberfläche elektrisch geladener Körper.
- Elektrische Feldlinien stehen immer senkrecht zur Oberfläche elektrisch geladener Körper.
- Die Feldlinien schneiden sich nicht.
- Je dichter die Feldlinien, desto stärker ist die Kraftwirkung.

Elektrische Feldlinien können sichtbar gemacht werden. Dazu wird z. B. Kunststoffstaub zwischen geladene Elektroden gestreut. Häufig werden Feldlinien auch mithilfe von Grieß in Rizinusöl sichtbar gemacht.

Versuch 2: Machen Sie ein elektrisches Feld sichtbar, indem Sie z. B. in eine Glasschale mit Rizinusöl Grießkörner geben. Tauchen Sie zwei Elektroden ein und verbinden Sie diese mit den Polen eines Bandgenerators. Wiederholen Sie den Versuch mit anders geformten Elektroden.

Die Grießkörner ordnen sich unter dem Einfluss des elektrischen Feldes entsprechend dem Feldlinienverlauf. Sie zeigen ein Schnittbild durch das räumliche Feld (**Bild 2**).

Elektrische Felder zwischen unterschiedlich geformten Elektroden haben verschiedene Feldlinienverläufe. Ein elektrisches Feld wird als **homogen** bezeichnet, wenn die Feldlinien parallel und in gleicher Richtung verlaufen sowie gleichen Abstand zueinander haben (**Bild 2a**). Ein homogenes elektrisches Feld ist z. B. zwischen den parallelen Platten eines Kondensators vorhanden, wenn der Plattenabstand klein ist.

In vielen elektrischen Feldern verlaufen die Feldlinien nicht parallel und der Abstand zwischen den Feldlinien ist unterschiedlich (**Bild 2b**). Dieses elektrische Feld wird **inhomogen** (ungleichmäßig) genannt. In der Nähe der runden Elektrode (**Bild 2b**) sind die Feldlinien dichter als an der plattenförmigen Elektrode.

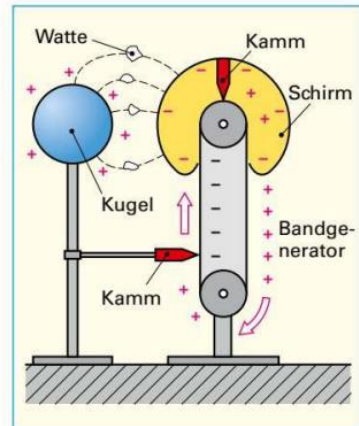


Bild 1: Versuch zum Feldlinienmodell

i **homogen:**
gleichmäßig

inhomogen:
ungleichmäßig

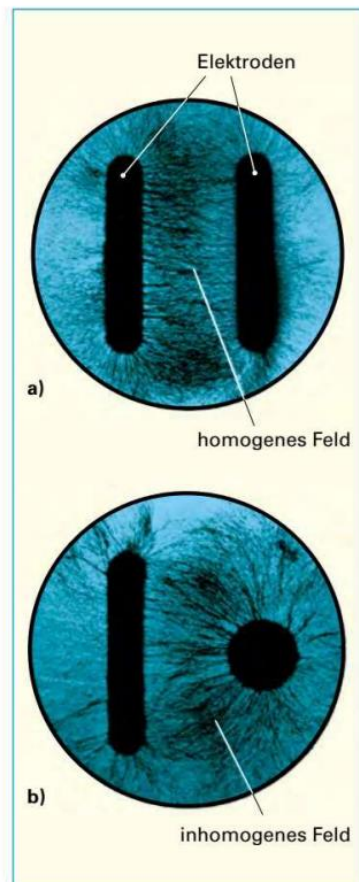


Bild 2: Arten von Feldlinienbildern

4.2 Grundbegriffe

4.2.1 Elektrische Feldstärke

Versuch 1: Bringen Sie eine an einem Seidenfaden aufgehängte und geladene kleine Styroporkugel oder eine geladene kleine Aluminiumkugel zwischen zwei Kondensatorplatten eines Experimentierkondensators (**Bild 1**). Schließen Sie den Versuchskondensator an eine einstellbare Hochspannungsquelle von einigen Kilovolt an. Verändern Sie die Spannung.

Die Kugel wird umso mehr abgelenkt, je größer die angelegte elektrische Spannung ist (**Bild 1**).

Die elektrische Feldstärke E bewirkt eine Kraft auf eine Ladung im elektrischen Feld.

Die Kraft F auf eine Ladung Q im elektrischen Feld wächst proportional zur Größe der Ladung Q . Der Quotient F/Q ist somit konstant.

Ein elektrisches Feld entsteht zwischen entgegengesetzt geladenen Körpern. Zwischen diesen besteht auch eine Spannung. Für das homogene Feld, z. B. im Plattenkondensator, stimmt der Quotient F/Q mit dem Quotienten U/l überein und wird als elektrische Feldstärke E bezeichnet.

4.2.2 Elektrische Influenz und Polarisation

Versuch 2: Bringen Sie zwei dünne, metallische und elektrisch neutrale Probplatten an Isoliergriffen zwischen den größeren Platten eines geladenen Experimentierkondensators (**Bild 2**).

Mit einem Ladungsmesser, z. B. einem Elektroskop, wird gemessen, dass die linke und die rechte Probplatte gleich große, aber entgegengesetzte Ladungen haben.

Solche Beeinflussung der Ladungen nennt man elektrische **Influenz**¹.

Durch Einwirkung eines elektrischen Feldes auf einen Körper werden Ladungen darin verschoben. Diesen Vorgang nennt man Influenz.

Influenzerscheinungen gibt es bei Leiterwerkstoffen und bei Isolierstoffen.

Die Probplatten werden unter dem Einfluss des elektrischen Feldes gepolt (**Bild 3**). Berühren die Probplatten einander im Feld, so wandern die Ladungen (**Bild 4**). Nach Trennung der beiden Probplatten im Feld bleiben ihre Ladungen erhalten (**Bild 5**).

Zwischen den Probplatten entsteht ein feldfreier Raum.

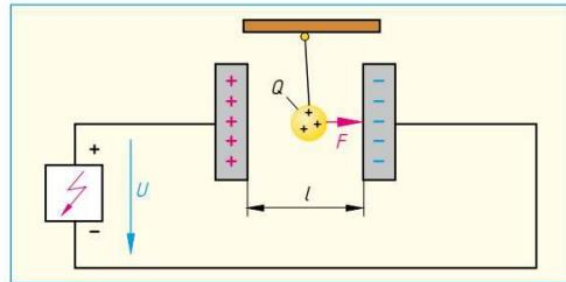


Bild 1: Kraftwirkung im elektrischen Feld

Elektrische Feldstärke

$$E = \frac{F}{Q}$$

$$|E| = \frac{N}{C} = \frac{N}{As}$$

$$E = \frac{U}{l}$$

$$|E| = \frac{V}{m}$$

E Elektrische Feldstärke

F Kraft

Q Elektrische Ladung

U Spannung

l Plattenabstand

Beispiel:

Bei einem Kondensator mit einem Plattenabstand von $l = 0,2 \text{ mm}$ darf die Feldstärke $E = 1,5 \text{ kV/mm}$ betragen. An welche maximale Gleichspannung darf der Kondensator angeschlossen werden?

Lösung:

$$U = E \cdot l = 1,5 \text{ kV/mm} \cdot 0,2 \text{ mm} = 0,3 \text{ kV} = 300 \text{ V}$$

i In der Praxis ist die elektrische Durchschlagfestigkeit E_D (**Seite 599**) bei Isolierstoffen von Bedeutung.

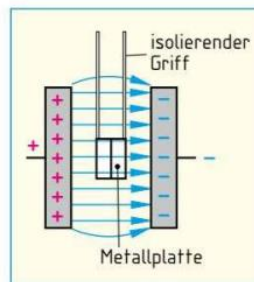


Bild 2: Metallplatten im elektrischen Feld

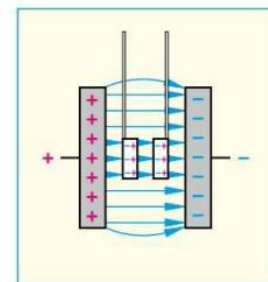


Bild 3: Influenz

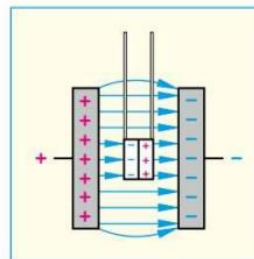


Bild 4: Ladungstrennung

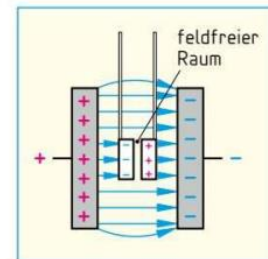


Bild 5: Felder heben sich auf

¹ von influere (lat) = hineinströmen, hineinfließen

Bei Metallen wird die Influenz genutzt, um eine Abschirmung elektrischer Felder zu erreichen (**Bild 1**). Zur Abschirmung wird z. B. Kupfer in Form von Blechen, Folien, Gittern oder Geflechtem verwendet.

Ein faradayscher Käfig¹ (**Bild 3**) ist ein Raum, der durch eine meist geerdete Umhüllung aus Metall im Inneren frei von elektrischen Feldern ist.

Beispiele für Abschirmungen

- Das Innere eines Autos aus Stahlblech ist feldfrei.
- Abgeschirmte Koaxialkabel erhalten ein Metallgeflecht zwischen Aderisolation und Leitungsmantel.
- Erdkabel können eine metallene Umhüllung haben.

Isolierstoffe haben fast keine freien Elektronen. In Isolierstoffen werden deshalb die Ladungen durch ein elektrisches Feld nicht getrennt wie bei metallischen Teilen, sondern nur geringfügig verschoben (**Bild 2**) und ausgerichtet. Diesen Vorgang nennt man **Polarisation**.

4.2.3 Elektrische Felder in der Praxis

Beispiele für die technische Anwendung elektrische Felder in der Praxis:

- Oszilloskop,
- Feldeffekttransistor,
- Elektrofilter und
- Farbspritzanlagen.

Im **Oszilloskop (Seite 182)** lenkt ein elektrisches Feld den Elektronenstrahl ab. Bei **Feldeffekttransistoren (Seite 217)** wird der Laststrom durch ein elektrisches Feld gesteuert. **Elektrofilter (Seite 48)** scheiden Staub aus Gasen ab. Die Staubteile werden negativ aufgeladen und dann von einer positiv geladenen Elektrode angezogen. Bei elektrostatischen **Farbspritzanlagen** werden Farb- oder Lacktröpfchen elektrisch aufgeladen und dann durch elektrische Feldkräfte auf Werkstücke aufgetragen. Elektrische Felder können unterschiedliche Feldstärken haben (**Tabelle**). Nach einer Aufladung, z. B. Gehen über einen Teppichboden (**Seite 381**), kann es bei Berührungen mit einem Metallgegenstand zu Elektrisierungen kommen.

Der Grenzwert elektrischer Feldstärken in der Umwelt wurde durch die Strahlenschutzkommission auf 5000 V/m festgelegt.

Zwischen den parallelen Leitern in Leitungen und Kabeln treten elektrische Felder und somit unerwünschte Kapazitäten auf (**Übersicht**). Dadurch entstehen Leitungskapazitäten. Werden Messungen in Hochspannungsanlagen durchgeführt, so kann durch diese Leitungskapazitäten eine fehlerhafte Anzeige erfolgen.

¹ Michael Faraday, engl. Physiker, 1791 bis 1867

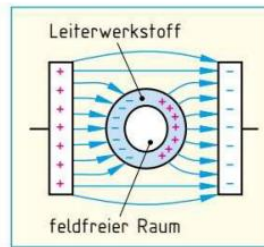


Bild 1: Abschirmung eines elektrischen Feldes

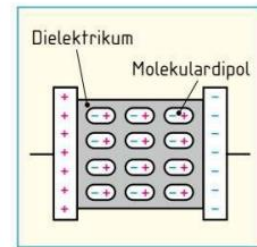


Bild 2: Polarisation im Isolierstoff

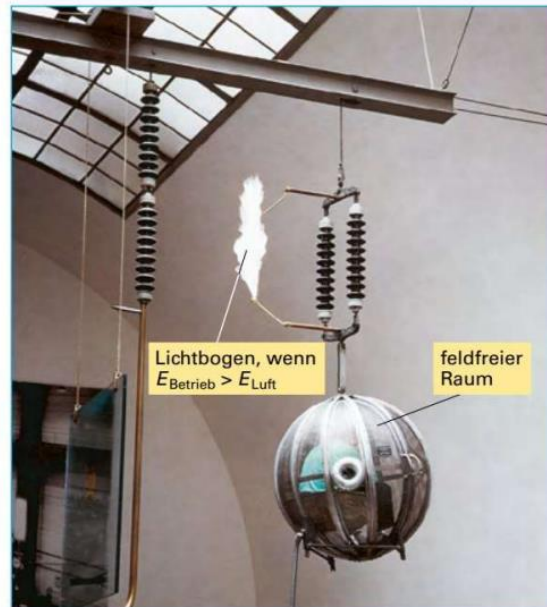


Bild 3: Faradayscher Käfig im Hochspannungsfeld

Tabelle: Beispiele elektrischer Feldstärken

Gerät bzw. Vorgang	E in V/m
Warmwasserspeicher*	260
Bügeleisen*	120
Farbfernseher*	60
230-V-Glühlampe*	5
Gewitter	3000 ... 20 000

* gemessen im Abstand von 30 cm

Übersicht:

Erwünschte und unerwünschte elektrische Felder bzw. Kapazitäten (Beispiele)

- **Erwünschte elektrische Felder:**
 - Kondensator
- **Unerwünschte elektrische Felder:**
 - zwischen parallel verlaufenden Leitungen
 - zwischen Leitungen und benachbarten Metallteilen
 - in Transistoren und Dioden
 - zwischen Drahtwindungen einer Spule
 - in Drahtwiderständen

4.3 Kondensator im Gleichstromkreis

4.3.1 Verhalten eines Kondensators

Ein Kondensator¹ besteht im Grundaufbau aus zwei elektrisch leitenden Platten, z. B. Metallfolien, mit einem Isolierstoff dazwischen, dem Dielektrikum (**Bild 1**).

Versuch 1: Schließen Sie einen Kondensator mit $10\ \mu\text{F}$ über einen Strommesser mit Nullpunkt in Skalenmitte an einen Umschalter (**Bild 2**). Legen Sie die Reihenschaltung von Kondensator und Strommesser mit dem Umschalter zuerst an eine Gleichspannung von etwa $10\ \text{V}$ (Laden). Schließen Sie dann den Kondensator und das Messinstrument durch Umlenken des Umschalters kurz (Entladen). Beobachten Sie den Zeigerausschlag des Messinstrumentes bei der Ladung und bei der Entladung.

Beim Laden schlägt der Zeiger des Strommessers kurzzeitig aus und geht dann in die Nullstellung zurück. Beim Entladen schlägt der Zeiger in entgegengesetzter Richtung kurzzeitig aus und geht dann wieder auf null zurück.

Beim Laden fließt zu Beginn ein hoher Ladestrom. Während des Aufladens wird der Ladestrom immer kleiner, bis er zu null wird. Dann sperrt der Kondensator den Gleichstrom.

Der Kondensator sperrt nach dem Aufladen den Gleichstrom.

Beim Laden werden vom Pluspol des Spannungserzeugers Elektronen von der einen Platte abgezogen und der anderen Platte zugeführt. Dadurch entsteht auf der einen Platte Elektronenmangel, auf der anderen Platte Elektronenüberschuss. Zwischen den Platten des Kondensators besteht dann eine Spannung, die der angelegten Spannung entgegenwirkt und gleich groß ist. Dann ist der Ladevorgang beendet. Beim Entladen des Kondensators fließt ein Entladestrom so lange, bis sich die Ladungen auf den Kondensatorplatten ausgeglichen haben.

Der Kondensator kann elektrische Ladungen speichern.

4.3.2 Kapazität eines Kondensators

Versuch 2: Wiederholen Sie Versuch 1, legen Sie jedoch beim Laden die doppelte Spannung an den Kondensator. Achten Sie darauf, dass der Kondensator vor dem Versuch entladen ist. Beobachten Sie die Zeigerausschläge des Strommessers. Die Zeigerausschläge bei Ladung und Entladung verdoppeln sich.

(Hinweis: Kondensatoren sind nach Versuchen immer über Widerstände zu entladen, damit keine Restladung zurückbleibt.)

Erhöht man die Spannung an einem Kondensator auf den doppelten Wert, so fließt auch die doppelte Ladung auf die Kondensatorplatten. Das Verhältnis Q/U ist konstant. Es wird **Kapazität**² C genannt.

Ein Kondensator hat die Kapazität 1 Farad (1 F), wenn er von der Ladung 1 As um 1 V aufgeladen wird ($1\ \text{F} = 1\ \text{As/V}$).

Die Einheit Farad ist für die Praxis zu groß. Man verwendet deshalb kleinere Kapazitätseinheiten (**Übersicht**).

Beispiel 1:

a) Geben Sie die Kapazität des Kondensators (**Bild 3**) in nF und pF an. b) Wie groß ist die Ladung des Kondensators an einer Gleichspannung von $100\ \text{V}$?

Lösung:

a) $C = 0,68\ \mu\text{F} = 680\ \text{nF} = 680\ 000\ \text{pF}$

b) $Q = C \cdot U = 0,68\ \mu\text{F} \cdot 100\ \text{V}$
 $= 0,68 \cdot 10^{-6} \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot 100\ \text{V} = 6,8 \cdot 10^{-5}\ \text{As} = 68\ \mu\text{As}$

¹ Kondensator = Verdichter, von condensare (lat.) = verdichten, zusammenpressen

² Kapazität = Fassungsvermögen, von capacitas (lat.) = Fassungsvermögen

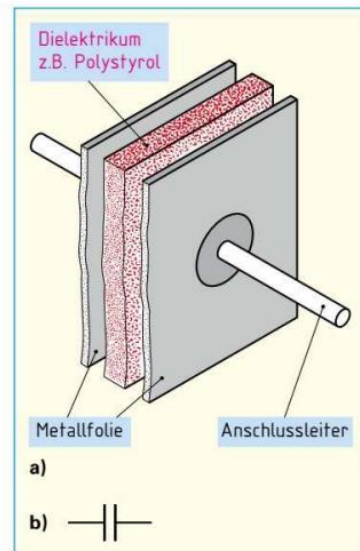


Bild 1: a) Grundaufbau und b) Schaltzeichen eines Kondensators

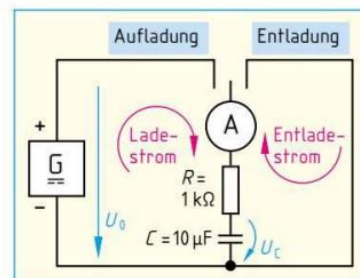


Bild 2: Laden und Entladen eines Kondensators

Kondensatorkapazität

$$C = \frac{Q}{U} \quad [C] = \frac{\text{As}}{\text{V}} = \text{F}$$

C	Kapazität
Q	Ladung
U	Spannung

Übersicht: Einheitenvorsätze der Kapazität

1 Millifarad	$= 1\ \text{mF} = 10^{-3}\ \text{F}$
1 Mikrofarad	$= 1\ \mu\text{F} = 10^{-6}\ \text{F}$
1 Nanofarad	$= 1\ \text{nF} = 10^{-9}\ \text{F}$
1 Pikofarad	$= 1\ \text{pF} = 10^{-12}\ \text{F}$

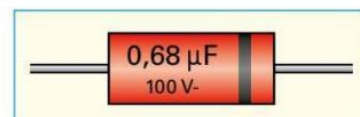


Bild 3: Folienkondensator

Berechnung der Kapazität von Kondensatoren

Die Kapazität eines Kondensators ist durch seinen Aufbau festgelegt.

Versuch 3: Bestimmen Sie mit einer LCR-Messbrücke oder einem geeigneten digitalen Multimeter die Kapazität z. B. eines Demonstrations-Plattenkondensators (**Bild**) mit unterschiedlichen Plattenflächen. Achten Sie dabei auf möglichst kurze Anschlussleitungen zur Messeinrichtung. Wiederholen Sie die Messung mit größeren Platten.

Die Vergrößerung der Plattenoberfläche bewirkt eine Vergrößerung der Kapazität.

Bei Vergrößerung der Plattenoberfläche steht den Ladungen eine größere Fläche zur Verfügung.

Versuch 4: Wiederholen Sie Versuch 3 und verkleinern Sie den Plattenabstand auf die Hälfte.

Bei Halbierung des Plattenabstandes zeigt das gewählte Messgerät von Versuch 3 eine Verdoppelung der Kapazität an.

Bei kleinerem Plattenabstand erhöht sich die Feldstärke E im Kondensator. Dadurch verdichten sich die Ladungsträger auf der Plattenoberfläche und es fließen mehr Ladungsträger auf die Platten.

Versuch 5: Wiederholen Sie Versuch 4. Bringen Sie in den Luftraum zwischen den Platten Isolierstoffe wie Hartpapier oder Kunststoff, z. B. Polystyrol. Bestimmen Sie die Kapazität.

Die Kapazität verändert sich je nach der Art des Isolierstoffes zwischen den Platten.

Unter dem Einfluss des elektrischen Feldes richten sich die Molekular-dipole im Dielektrikum aus. Diesen Vorgang nennt man dielektrische **Polarisation (Seite 72)**. Dadurch wird je nach Isolierstoff eine bestimmte Menge der ursprünglich vorhandenen Kondensatorladung ausgeglichen. Die Kondensatoren nehmen deshalb eine erhöhte Ladung auf, bis wieder derselbe Spannungszustand zwischen den Platten erreicht ist wie ohne Verwendung des eingeschobenen Dielektrikums. Die Aufnahme einer größeren Ladung bedeutet eine Vergrößerung der Kapazität. Das Dielektrikum beeinflusst also die Kapazität des Kondensators.

Die Zahl, die angibt, wie viel mal größer die Kapazität eines Kondensators wird, wenn statt Luft ein anderer Isolierstoff verwendet wird, heißt **Permittivitätszahl**¹ ϵ_r des betreffenden Isolierstoffes (**Tabelle**).

Die Kapazität eines Kondensators wird umso größer, je größer die Permittivitätszahl des Dielektrikums, je größer die Plattenfläche und je kleiner der Plattenabstand ist.

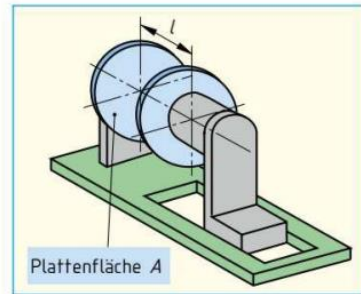
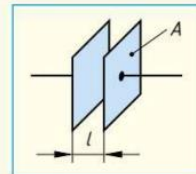


Bild: Demonstrationskondensator

i Die Kapazität C eines Plattenkondensators ist abhängig von:

- Plattenfläche A
- Plattenabstand l
- Permittivitätszahl ϵ_r

Kapazität von Plattenkondensatoren



$$C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l} \quad \epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$$

$$[C] = \frac{As}{V} = F$$

C Kapazität
 ϵ_0 Elektrische Feldkonstante
 $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm} = 8,85 \frac{pF}{m}$
 ϵ_r Permittivitätszahl
 ϵ Permittivität
 A Plattenfläche
 l Plattenabstand (Isolierstoffdicke)

Beispiel 2:

Ein Plattenkondensator mit dem Plattenabstand 0,5 mm hat eine Plattenfläche von 30 cm². Welche Kapazität hat der Kondensator, wenn als Dielektrikum a) Luft und b) Hartpapier ($\epsilon_r = 4$) mit 0,5 mm Dicke verwendet wird?

Lösung:

a) Für Luft: $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l} = 8,85 \frac{pF}{m} \cdot 1 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-4} m^2}{0,5 \cdot 10^{-3} m} = 53,1 pF$

b) Für Hartpapier: $C = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \frac{A}{l} = 8,85 \frac{pF}{m} \cdot 4 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-4} m^2}{0,5 \cdot 10^{-3} m} = 212,4 pF$

¹ von permittere (lat.) = erlauben, zulassen; früher: Dielektrizitätszahl

Tabelle: Permittivitätszahlen von Isolierstoffen

Isolierstoff	ϵ_r
Luft	1
Isolieröl	2 ... 2,4
Silikonöl	2,8
Hartpapier	4 ... 8
Porzellan	5 ... 6
Glas	4 ... 8
Glimmer	6 ... 8
Polystyrol	2,5
Keramik	10 ... 10000
Polyester	3,3
Polycarbonat	2,8

4.3.3 Laden und Entladen von Kondensatoren

Versuch 1: Schließen Sie einen Kondensator von $10\ \mu\text{F}$ über einen Widerstand von $1\ \text{M}\Omega$ an eine Gleichspannung von $30\ \text{V}$ an (**Bild 1**). Lesen Sie nach $10\ \text{s}$, $20\ \text{s}$, $30\ \text{s}$, $40\ \text{s}$, $50\ \text{s}$ an einem sehr hochohmigen Spannungsmesser die Kondensatorspannung ab.

Die Spannung am Kondensator nimmt zuerst schnell, dann immer langsamer zu (**Bild 2**).

Ein Maß für die Ladezeit ist die **Zeitkonstante τ** ¹.

Das Produkt aus Widerstand R und Kapazität C ist die Zeitkonstante τ .

Beim Laden gilt:

Nach der Zeit $t = \tau$ ist der Kondensator auf etwa 63% der angelegten Spannung U_0 aufgeladen. Jeweils nach $t = 1\ \tau$ erhöht sich die Spannung um 63% des vorherigen Wertes.

Der Kondensator ist praktisch nach der Zeitdauer $t_c \approx 5 \cdot \tau = 5 \cdot R \cdot C$ auf die Ladespannung U_0 aufgeladen. Dann fließt fast kein Strom mehr.

Die Stromstärke nimmt beim Laden zunächst rasch, dann immer langsamer ab. Das Laden eines Kondensators dauert umso länger, je größer die Kapazität und je größer der Widerstand sind. Im Einschaltmoment wirkt der Kondensator wie ein Kurzschluss. Ist der Kondensator aufgeladen, sperrt er im Gleichstromkreis den Strom.

Beispiel 1:

Wie lange dauert es, bis der im Versuch 1 verwendete Kondensator von $10\ \mu\text{F}$, der über $1\ \text{M}\Omega$ an DC $30\ \text{V}$ angeschlossen wird, nahezu vollständig geladen ist?

Lösung:

$$t_c \approx 5 \cdot \tau = 5 \cdot R \cdot C = 5 \cdot 1\ \text{M}\Omega \cdot 10\ \mu\text{F} = 5 \cdot 10^6\ \Omega \cdot 10 \cdot 10^{-6}\ \text{F} = 50\ \text{s}$$

Versuch 2: Entladen Sie den nach Versuch 1 geladenen Kondensator von $10\ \mu\text{F}$ über einen Widerstand von $1\ \text{M}\Omega$. Schalten Sie in den Stromkreis z.B. einen Digital-Strommesser. Lesen Sie nach $10\ \text{s}$, $20\ \text{s}$, $40\ \text{s}$, $50\ \text{s}$ die Stromstärke am Messinstrument ab.

Der Kondensator entlädt sich anfangs rasch, später langsamer (**Bild 3**). Die Stromrichtung ist nun entgegengesetzt zur Stromrichtung beim Laden.

Die Anfangsstromstärke I_0 wird beim Laden und Entladen vom Widerstand R im Stromkreis begrenzt.

Beim Entladen gilt:

Beim Entladen eines Kondensators ist nach der Zeit τ noch ein Strom von etwa 37% des ursprünglichen Stromwertes vorhanden. Jeweils nach der Zeitkonstanten τ verringert sich der Strom auf 37% des vorherigen Wertes. Nach etwa $5 \cdot \tau$ fließt fast kein Strom mehr. Der Kondensator ist dann nahezu vollständig entladen.

Beim Laden und Entladen eines Kondensators fließt nach $t_c \approx 5 \cdot \tau$ fast kein Strom mehr.

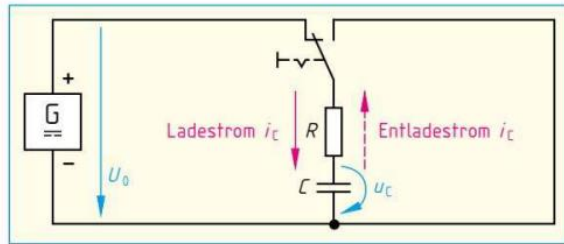


Bild 1: Schaltung zum Laden und Entladen eines Kondensators

Zeitkonstante			
$\tau = R \cdot C$	$t_c \approx 5 \cdot \tau$	$[\tau] = \Omega \cdot \text{F} = \frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot \frac{\text{As}}{\text{V}} = \text{s}$	
τ	Zeitkonstante	C	Kapazität
t_c	Lade- bzw. Entladezeit	R	Widerstand

- Kondensatoren sind Energiespeicher und können nach dem Abschalten längere Zeit eine gefährliche Spannung führen. Deshalb müssen z.B. Kompensationskondensatoren nach DIN EN 61048 in maximal 60 Sekunden entladen sein.
- Beim Kurzschließen von Kondensatoren können hohe Entladestromstärken entstehen.

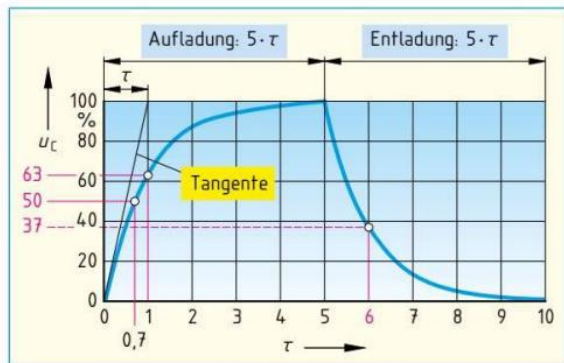


Bild 2: Spannungsverlauf beim Laden und Entladen eines Kondensators

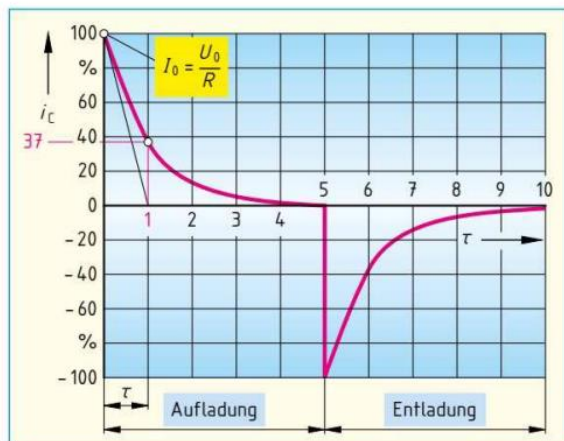


Bild 3: Stromverlauf beim Laden und Entladen eines Kondensators

¹ τ griech. Kleinbuchstabe tau

Spannung und Strom beim Laden:

Beispiel 2:

Ein Kondensator mit $4,7 \mu\text{F}$ liegt in Reihe mit einem Widerstand $R = 10 \text{ k}\Omega$ an der Spannung $U_0 = 12 \text{ V}$. a) Auf welche Spannung u_C ist der Kondensator nach 10 ms geladen? b) Welche Ladestromstärke fließt in der Schaltung nach 10 ms ?

Lösung:

a) $\tau = R \cdot C = 10 \text{ k}\Omega \cdot 4,7 \mu\text{F} = 10 \cdot 10^3 \Omega \cdot 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 47 \text{ ms};$
 $u_C = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) = 12 \text{ V} \cdot (1 - e^{-10 \text{ ms}/47 \text{ ms}}) = 12 \text{ V} \cdot (1 - e^{-0,213}) = 2,3 \text{ V}$
 b) $I_0 = \frac{U_0}{R} = \frac{12 \text{ V}}{10 \text{ k}\Omega} = 1,2 \text{ mA}$
 $i_C = I_0 \cdot e^{-t/\tau} = 1,2 \text{ mA} \cdot e^{-10 \text{ ms}/47 \text{ ms}} = 1,2 \text{ mA} \cdot e^{-0,213}$
 $= 1,2 \text{ mA} \cdot 0,808 = 0,97 \text{ mA}$

Beispiel 3:

Für eine Ausschaltverzögerung wird ein Kondensator von $1000 \mu\text{F}$ parallel zu einem Relais von $1 \text{ k}\Omega$ an 60 V Gleichspannung angeschlossen. Die Haltespannung des Relais beträgt 42 V . Die Spannung wird abgeschaltet. Nach welcher Zeit fällt das Relais ab?

Lösung:

$\tau = R \cdot C = 1 \text{ k}\Omega \cdot 1000 \mu\text{F} = 1 \cdot 10^3 \Omega \cdot 1000 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 1000 \text{ ms} = 1 \text{ s}$
 $u_C = U_0 \cdot e^{-t/\tau} \Rightarrow t = -\tau \cdot \ln \frac{u_C}{U_0} = -1 \text{ s} \cdot \ln \frac{42 \text{ V}}{60 \text{ V}} = -1 \text{ s} \cdot (-0,36) = 0,36 \text{ s}$
 Hinweis: ln, Abk. für natürlicher Logarithmus, am Taschenrechner Taste LN verwenden.

4.3.4 Energie des geladenen Kondensators

Ein Kondensator wird über einen Widerstand R an eine Gleichspannung geschaltet. Es fließt ein Strom, bis der Kondensator auf die Spannung U geladen ist. Nun hat der Kondensator die Ladung Q und die Spannung U . Es gilt die Beziehung $Q = C \cdot U$, d.h., die Ladung Q ist der Spannung U verhältnismäßig (**Bild**).

Die gerasterte blaue Fläche (**Bild**) entspricht der Energie W des geladenen Kondensators. Dieses Dreieck hat die Fläche $\frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$. Statt Q wird die Formel $C \cdot U$ eingesetzt. Die elektrische Energie ergibt sich somit zu $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$.

Beispiel:

Ein Kondensator $C = 100 \mu\text{F}$ wird auf $U = 110 \text{ V}$ geladen. Welche elektrische Energie hat der Kondensator gespeichert?

Lösung:

$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{100 \cdot 10^{-6} \text{ F} \cdot 110^2 \text{ V}^2}{2} = 0,605 \text{ Ws}$

Wiederholungsfragen

- 1 Aus welchen Teilen besteht prinzipiell ein Kondensator?
- 2 Welche Einheit hat die elektrische Kapazität?
- 3 Wie berechnet man die in einem Kondensator gespeicherte Ladung?
- 4 Erläutern Sie die Begriffe a) Polarisation und b) Permittivitätszahl.
- 5 Wie ist die Einheit 1 Farad festgelegt?
- 6 Wie hängt die Kapazität eines Kondensators von den Abmessungen und der Permittivität ab?
- 7 Bei einem Kondensator wird die Plattenfläche verdoppelt und der Plattenabstand halbiert. Wie verändert sich die Kapazität?

i Der Spannungs- und Stromverlauf beim Laden und Entladen von Kondensatoren folgt einer e-Funktion¹.
 (Taste e^x verwenden!)
¹ e ist die Basis der natürlichen Logarithmen

Ladevorgang

$u_C = U_0 (1 - e^{-t/\tau})$
 $i_C = I_0 \cdot e^{-t/\tau}$
 $I_0 = \frac{U_0}{R}$

Nach der Aufladung ist:
 $u_C = U_0; i_C = 0$

Entladevorgang

$u_C = U_0 \cdot e^{-t/\tau}$
 $i_C = -I_0 \cdot e^{-t/\tau}$

Nach der Entladung ist:
 $u_C = 0; i_C = 0$

- u_C Momentanwert der Spannung am Kondensator
- U_0 Ladespannung, Spannung des aufgeladenen Kondensators
- $e \approx 2,71828$
- t Zeit
- τ Zeitkonstante
- i_C Momentanwerte der Lade- bzw. Entladestromstärke
- I_0 Anfangsstromstärke
- R Widerstand im Stromkreis

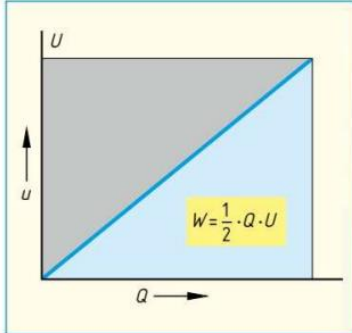


Bild: Spannung eines Kondensators in Abhängigkeit von der Ladung

Energie im Kondensator

$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$

$[W] = F \cdot V^2 = \frac{\text{As}}{\text{V}} \cdot V^2 = \text{As} \cdot V = \text{Ws}$

- W Elektrische Energie
- C Kapazität
- U Spannung

4.4 Schaltungen von Kondensatoren

Kondensatoren können in Parallel-, Reihen- und Gruppenschaltung (gemischte Schaltung) betrieben werden.

4.4.1 Parallelschaltung

Eine Parallelschaltung mehrerer Kondensatoren (**Bild 1**) wirkt wie eine Vergrößerung der Plattenoberfläche. Daher erhält man als Gesamtkapazität C die Summe der Einzelkapazitäten.

Für die Parallelschaltung gilt:

- An jedem Kondensator liegt die gleiche Spannung an.
- In jeden Kondensator fließt ein Teilladestrom und lädt ihn auf.
- Die Gesamtladung Q ist die Summe der Teilladungen.
- Die Gesamtkapazität ist gleich der Summe der Einzelkapazitäten.

Beispiel 1:

Welche Kapazität muss ein Kondensator haben, der drei parallel geschaltete Kondensatoren von 1000 pF, 0,02 μ F und 5 nF ersetzen soll?

Lösung:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 = 1000 \text{ pF} + 0,02 \mu\text{F} + 5 \text{ nF} = 1 \text{ nF} + 20 \text{ nF} + 5 \text{ nF} = \mathbf{26 \text{ nF}}$$

4.4.2 Reihenschaltung

Die Reihenschaltung von Kondensatoren (**Bild 2**) wirkt wie eine Abstandsvergrößerung der Kondensatorplatten und führt somit zu einer Verkleinerung der Kapazität.

Für die Reihenschaltung gilt:

- An jedem Einzelkondensator liegt eine Teilspannung. Sie ist umgekehrt proportional zur Kapazität.
- Durch alle Kondensatoren fließt der gleich große Ladestrom.
- Jeder Kondensator speichert eine gleich große Ladung Q .
- Die Gesamtkapazität ist kleiner als die kleinste Einzelkapazität.
- Die Spannungsfestigkeit der gesamten Reihenschaltung ist höher als die Spannungsfestigkeit eines einzelnen Kondensators.

Beispiel 2:

Berechnen Sie die Ersatzkapazität der Kondensatoren im Beispiel 1, wenn diese in Reihe geschaltet werden.

Lösung:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{1 \text{ nF}} + \frac{1}{20 \text{ nF}} + \frac{1}{5 \text{ nF}} = 1,25 \frac{1}{\text{nF}} \Rightarrow \mathbf{C = 0,8 \text{ nF}}$$

Beispiel 3:

Welche Gesamtkapazität hat die Reihenschaltung aus $C_1 = 47 \mu\text{F}$ und $C_2 = 33 \mu\text{F}$?

Lösung:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{47 \mu\text{F} \cdot 33 \mu\text{F}}{47 \mu\text{F} + 33 \mu\text{F}} = \mathbf{19,4 \mu\text{F}}$$

Wichtige Größen beim Kondensator sind seine Kapazität und seine Bemessungsspannung. Die Bemessungsspannung darf nicht überschritten werden, weil sonst das Dielektrikum durchschlägt. Werden ungleiche Kapazitäten in Reihe geschaltet, so sind die Teilspannungen an den Kondensatoren verschieden groß. Sie verhalten sich umgekehrt proportional zu den Kapazitäten.

Am Kondensator mit der kleineren Kapazität liegt bei der Reihenschaltung die größere Spannung.

Parallelschaltung

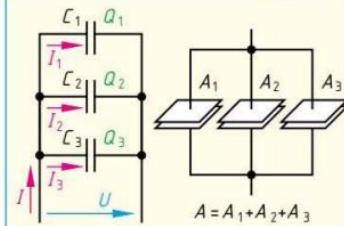


Bild 1

$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

$$C \cdot U = C_1 \cdot U + C_2 \cdot U + C_3 \cdot U$$

$$C \cdot U = U(C_1 + C_2 + C_3)$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots$$

U	Spannung
U_1, U_2, U_3	Teilspannungen
Q	Ladung
Q_1, Q_2, Q_3	Teilladungen
C	Gesamtkapazität
C_1, C_2, C_3	Einzelkapazitäten

Reihenschaltung

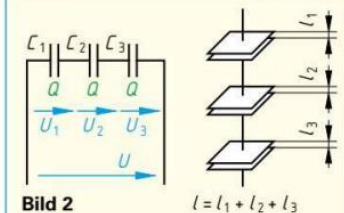


Bild 2

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} \quad U_2 = \frac{Q}{C_2} \quad U_3 = \frac{Q}{C_3}$$

$$\frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

$$\frac{Q}{C} = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots$$

U	Spannung
U_1, U_2, U_3	Teilspannungen
Q	Ladung
C	Gesamtkapazität
C_1, C_2, C_3	Einzelkapazitäten

Für die Reihenschaltung von zwei Kondensatoren gilt:

$$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$

Metallisierte Kunststofffolien-Kondensatoren, Kennzeichen MK, (**Bild 1a**) erhält man durch Aufdampfen dünner Metallschichten auf die Kunststofffolien. Schlägt der Kondensator durch, so verdampft der dünne Metallbelag in der Umgebung der Fehlerstelle durch den entstehenden Lichtbogen. Dadurch wird die Umgebung der Durchschlagstelle auf beiden Belägen metallfrei, und die Lagen sind wieder voneinander isoliert. Diesen Vorgang nennt man Selbstheilung.

Metallpapierkondensatoren kurz MP-Kondensatoren, bestehen aus einem Papierband, auf das im Vakuum eine dünne Metallschicht, z. B. aus Zink, aufgedampft ist. MP-Kondensatoren sind gewickelt. Die Beläge des MP-Wickels sind aber wesentlich dünner als die üblichen Aluminiumfolien bei Kondensatoren. MP-Kondensatoren sind wie MK-Kondensatoren selbstheilend.

Keramik-Kondensatoren haben als Dielektrikum eine keramische Masse. Auf die Oberfläche der dünnwandigen Keramikkörper (Dielektrikum) wird beidseitig ein Belag aus einem Edelmetall aufgedampft. Es gibt Kondensatoren mit Kapazitäten von 1 pF bis 470 nF. Übliche Bemessungsspannungen sind 400 V, z. B. bei Röhren- oder Scheiben-Kondensatoren (**Bild 1b**).

Aluminium-Elektrolytkondensatoren (**Bild 2a und b**) haben eine positive Elektrode (Anode) aus einer Aluminiumfolie, auf der eine Aluminiumoxidschicht aufgebracht ist. Diese nur wenige tausendstel Millimeter dicke Oxidschicht wirkt als Dielektrikum. Die andere Elektrode (Katode) ist ein Elektrolyt, der das poröse und empfindliche Dielektrikum vor direkter Berührung mit der Anschlusselektrode schützt. Als Anschlusselektrode dient der Metallbecher, in dem Anode und Elektrolyt untergebracht sind. Am häufigsten werden trockene Elektrolytkondensatoren (**Bild 3**) verwendet. Bei falscher Polung (+ und – vertauscht) wird die dünne Oxidschicht abgebaut. Der Kondensator wird dann nach Anlegen der Betriebsspannung vom Strom sehr stark erwärmt und zerstört.

Tantal-Elektrolytkondensatoren (**Bild 2c**) sind ebenfalls gepolte Kondensatoren. Ihre Kapazität ist nahezu unabhängig von der Temperatur. Die Anode besteht aus Tantal (Folie, Draht oder Sinterkörper), die Katode ist aus einem Elektrolyt, z. B. Schwefelsäure, oder aus Mangandioxid. Das Dielektrikum ist Tantalpentoxid (Ta_2O_5).

Doppelschichtkondensatoren haben eine sehr große Elektrodenoberfläche und sind ähnlich wie Elektrolytkondensatoren aufgebaut. Dadurch erhält man Kapazitäten bis zu 3000 F. Die Spannungsfestigkeit beträgt aber nur einige Volt. Sie werden als Energiespeicher, z. B. bei Halbleiterspeichern, verwendet.

Chip-Kondensatoren (**Bild 4**) haben besonders kleine Abmessungen und werden z. B. für Leiterplatten in der SMD-Technik (**Seite 615**) verwendet. Die Bauelemente werden nicht mehr durch die Platine gesteckt, sondern können einseitig, beidseitig oder in gemischter Bestückung auf die Leiterplatten gesetzt und gelötet werden.

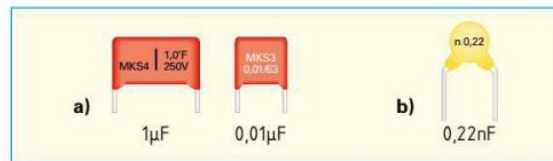


Bild 1: Kondensatoren

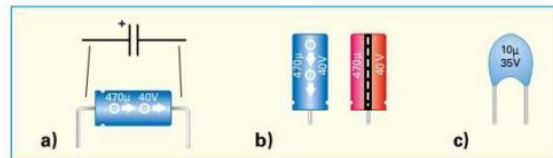


Bild 2: Elektrolytkondensatoren

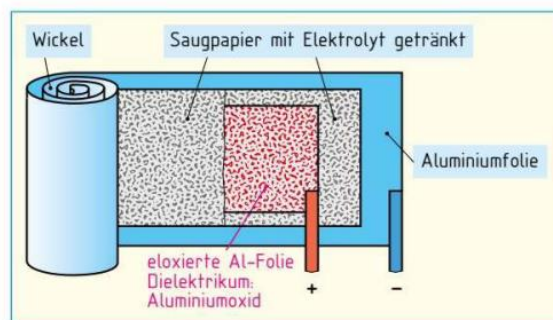


Bild 3: Aufbau eines Elektrolytkondensators

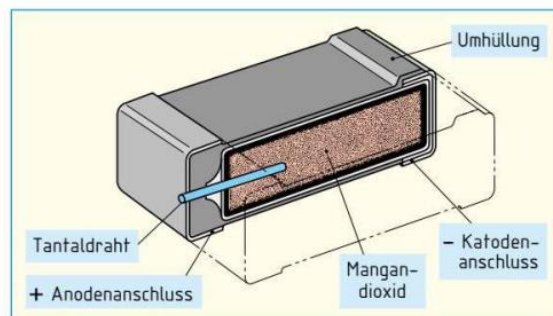


Bild 4: Tantal-Chip-Kondensatoren

i Wichtiges zu Elektrolytkondensatoren

- Sind nur für Gleichspannung geeignet.
- Beim Anschließen ist auf Polarität und Spannungshöhe zu achten.
- Flüssige Elektrolyten können die Umwelt belasten.
- Sind nach dem Abfallgesetz zu entsorgen.

7.4 Leistungen im Wechselstromkreis

In Wechselstromkreisen unterscheidet man die Wirkleistung P , die induktive oder die kapazitive Blindleistung Q_L bzw. Q_C (Seite 148) und die Scheinleistung S .

7.4.1 Wirkleistung

Schaltet man einen Wirkwiderstand (Bild 1) in einen Wechselstromkreis, so entsteht Wirkleistung P . Spannung U_w und Strom I_w sind phasengleich (Bild 2), d. h. der Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 0^\circ$.

Durch Multiplikation zusammengehöriger Augenblickswerte von Strom i_w und Spannung u_w erhält man die Augenblickswerte der Leistung bei Wechselstrom. Das Linienbild der Wirkleistung p ist immer positiv (Bild 2). Die Leistung hat jedoch die doppelte Frequenz wie die Spannung. Sie kann deswegen nicht mit Strom und Spannung in ein gemeinsames Zeigerbild gezeichnet werden.

Positive Leistung bedeutet einen Energiefluss vom Erzeuger zum Verbraucher.

Die Wechselstromleistung hat den Scheitelwert $\hat{p} = \hat{u}_w \cdot \hat{i}_w$. Wandelt man die Sinuskurve von p in ein flächengleiches Rechteck um, erhält man die gleichwertige Gleichstromleistung, die dem Effektivwert der Wirkleistung P entspricht (Bild 2). Die Wirkleistung an dem Wirkwiderstand ist halb so groß wie der Scheitelwert \hat{p} der Leistung.

Beispiel:

Die Kochzone eines Ceranfeldes für 230 V soll überprüft werden. Dazu wurde ein Widerstand von 24 Ω gemessen. Ermitteln Sie a) den Scheitelwert des Stromes \hat{i}_w , b) die Leistung P und c) den Scheitelwert \hat{p} der Leistung.

Lösung:

- a) $I_w = \frac{U_w}{R} = \frac{230 \text{ V}}{24 \Omega} = 9,58 \text{ A}; \hat{i}_w = \sqrt{2} \cdot I_w = \sqrt{2} \cdot 9,58 \text{ A} = 13,54 \text{ A}$
 b) $P = U_w \cdot I_w = 230 \text{ V} \cdot 9,58 \text{ A} = 2203 \text{ W} = 2,2 \text{ kW}$
 c) $\hat{p} = 2 \cdot P = 2 \cdot 2203 \text{ W} = 4406 \text{ W} = 4,4 \text{ kW}$

7.4.2 Blindleistung

Im Versorgungsnetz befinden sich neben Wirkverbrauchern vor allem auch induktive Verbraucher, z. B. Motoren, Relais und Leuchtstofflampen.

Zur Erzeugung eines elektromagnetischen bzw. elektrischen Feldes ist bei Wechselstrom Blindleistung notwendig. Sie kann in keine andere Energieform, z. B. Wärme, umgewandelt werden.

Befindet sich eine reine Induktivität (Bild 3) oder eine reine Kapazität im Wechselstromkreis, beträgt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung 90° .

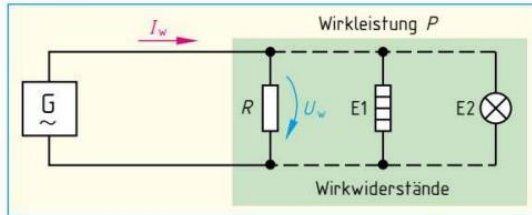


Bild 1: Wirkwiderstand an Wechselspannung

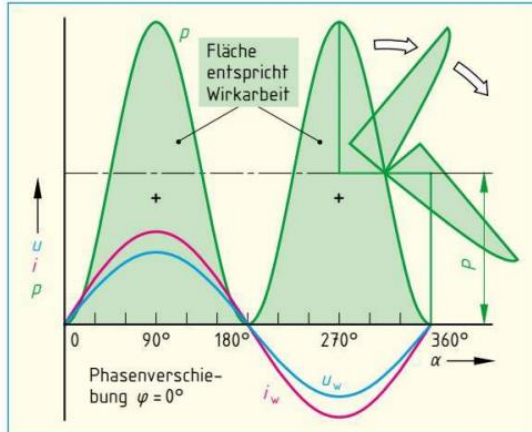


Bild 2: Wechselstromleistung bei Wirklast

Wirkleistung	
$P = U_w \cdot I_w$	$[P] = W \quad \hat{p} = 2 \cdot P \quad \hat{p} = \hat{u}_w \cdot \hat{i}_w$
$\hat{u}_w = \sqrt{2} \cdot U_w$	$\hat{i}_w = \sqrt{2} \cdot I_w \quad R = \frac{U_w}{I_w}$
P	Wirkleistung
U_w, I_w	Spannung, Strom (Effektivwerte)
R	Wirkwiderstand (ohmscher Widerstand)
$\hat{p}, \hat{i}_w, \hat{u}_w$	Leistung, Strom, Spannung (Scheitelwerte)
$\sqrt{2}$	Scheitelfaktor

Leistungen bei induktiver Last: Seite 142

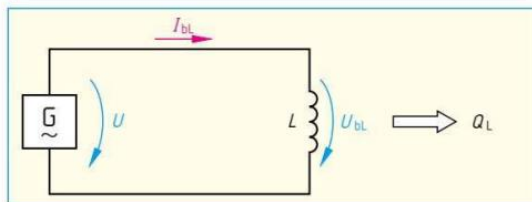


Bild 3: Ideale Spule an Wechselspannung

Blindleistung	
$Q_L = U_{bl} \cdot I_{bl}$	$[Q_L] = \text{var}^1 = W \quad X_L = \frac{U_{bl}}{I_{bl}}$
Q_L	induktive Blindleistung
U_{bl}	induktive Blindspannung
I_{bl}	induktiver Blindstrom
X_L	induktiver Blindwiderstand

¹ nach DIN 1304 anstelle von W auch var und VA (Voltampere)
 var = Volt Ampere reaktiv; reaktiv (lat.) = rückwirkend

Multipliziert man die zusammengehörigen Augenblickswerte von Spannung und Strom, ergibt sich eine Sinuskurve. Die positiven und negativen Flächenteile haben die gleiche Größe (Bild 1). Der Mittelwert der Leistung, d.h. die Wirkleistung P ist dann null. Die auftretende Leistung an der Induktivität oder Kapazität nennt man induktive bzw. kapazitive Blindleistung Q_L bzw. Q_C (Seite 142 und 145). Zwischen 90° und 180° sowie zwischen 270° bis 360° wird elektrische Energie in magnetische Energie umgewandelt und das Magnetfeld der Spule aufgebaut (Bild 1). Ab 0° bis 90° sowie 180° bis 270° wird das Magnetfeld abgebaut. Dabei entsteht eine Selbstinduktionsspannung, die den Strom entgegengesetzt zur angelegten Spannung treibt. Die magnetische Energie wird in elektrische umgewandelt und der Stromquelle wieder zugeführt. Die ganze Energie pendelt zweimal in einer Periode zwischen Verbraucher und Erzeuger hin und her.

7.4.3 Scheinleistung

Versuch: Schließen Sie eine Spule, z. B. mit 1000 Windungen, an Wechselspannung 10 V/50 Hz an (Bild 2). Messen Sie Stromstärke, Spannung und Leistung mit dem Leistungsmesser. Vergleichen Sie das Produkt aus Spannung und Stromstärke mit der Anzeige des Leistungsmessers.

Die berechnete Scheinleistung ist größer als die Anzeige des Leistungsmessers.

Die Scheinleistung S ist das Produkt der Effektivwerte von Spannung und Stromstärke.

Der Leistungsmesser zeigt die **Wirkleistung** P an, die so groß ist wie der Mittelwert aller Augenblickswerte $p = u \cdot i$. Die Wirkleistung P ist deshalb bei einer Phasenverschiebung φ zwischen Strom und Spannung immer kleiner als die **Scheinleistung** S . Während der Periodenabschnitte mit positiver Leistung wird Energie aus dem Netz entnommen. Negative Leistung bedeutet, dass die Energie an das Netz zurück geliefert wird (Bild 1). Die Differenz zwischen der positiven Energie und der negativen Energie wird in der Spule in Wirkarbeit (Wärme) umgesetzt (Bild 3, grüne Linie).

Bei induktiven Verbrauchern im Wechselstromnetz, z.B. Motoren in Haushaltsgeräten, treten Wirk- und Blindleistung gemeinsam auf. Diese Gesamtleistung bezeichnet man als Scheinleistung und hat die Einheit VA (Voltampere). Die Scheinleistung entspricht der **geometrischen Summe** aus Wirkleistung und Blindleistung (siehe Seite 142).

Die Scheinleistung S ist entscheidend für die Belastung der elektrischen Leitungsnetze. Deshalb müssen z.B. Transformatoren, Generatoren, Schaltanlagen und Leiterquerschnitte für die auftretende Scheinleistung dimensioniert sein.

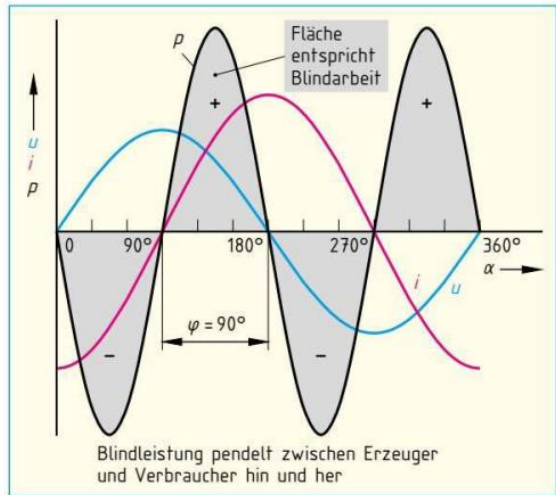


Bild 1: Induktive Blindleistung

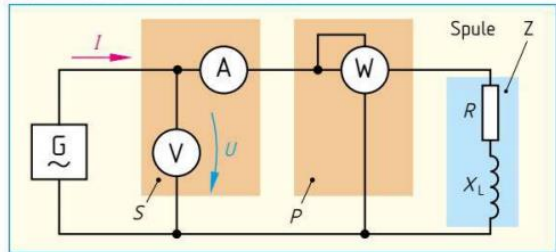


Bild 2: Ermittlung der Wirkleistung und Scheinleistung an einer Spule

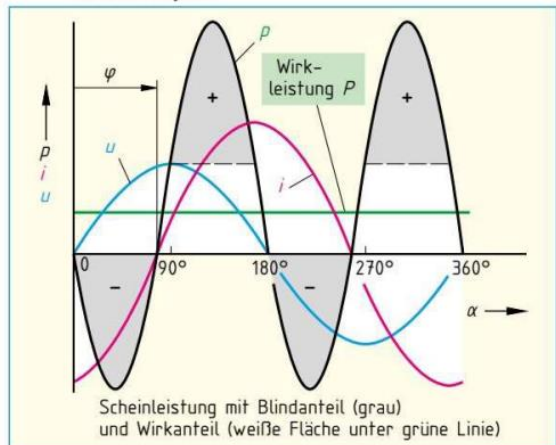


Bild 3: Wirkleistung P (Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 80^\circ$)

Kompensation: Seite 164

Scheinleistung	
$S = U \cdot I$	$[S] = V \cdot A = VA$
$S^2 = P^2 + Q_L^2$	$S = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$
<p>S Scheinleistung U Spannung (Effektivwert) I Strom (Effektivwert) P Wirkleistung Q_L induktive Blindleistung</p>	

7.5 Kondensator im Wechselstromkreis

7.5.1 Kapazitiver Blindwiderstand

Versuch 1: Schalten Sie einen Kondensator, z. B. $10 \mu\text{F}$, an eine Sinusspannung mit der Frequenz $f = 1 \text{ Hz}$ (Bild 1). Messen Sie die Stromstärke und die Spannung am Kondensator mit Gleichspannungs- bzw. Gleichstrommessgeräten (Zeigermessgeräte, Nullstellung in Skalenmitte).

Der Zeiger des Spannungsmessers pendelt gegenüber dem Zeiger des Strommessers um eine $1/4$ -Periode nach. Der Kondensatorstrom eilt der Kondensatorspannung vor.

Durch den Sinusstrom wird der Kondensator ständig umgeladen (Bild 3a). Am Kondensator entsteht eine Sinusspannung U_{bc} mit gleicher Frequenz wie die des Sinusstromes und somit auch ein Widerstand. Die Spannung U_{bc} am Kondensator erreicht den Scheitelwert, wenn der Kondensatorstrom $I_{bc} = 0 \text{ A}$ ist (Bild 3c). Im Zeigerbild (Bild 3b) eilt der Strom der Spannung um 90° voraus. Das Verhältnis von Kondensatorspannung U_{bc} zum Strom I_{bc} nennt man kapazitiven Blindwiderstand X_C .

Beim kapazitiven Blindwiderstand X_C eilt der Sinusstrom der Sinusspannung um 90° voraus.

Versuch 2: Schließen Sie eine Lampe, z. B. $12 \text{ V}, 0,1 \text{ A}$, in Reihe mit einem Kondensator, z. B. $22 \mu\text{F}$, an eine Sinusspannung $12 \text{ V}, 50 \text{ Hz}$ und messen Sie die Spannung an der Lampe. Schließen Sie danach den Kondensator kurz.

Bei Kurzschluss des Kondensators leuchtet die Lampe heller, und an der Lampe liegt $U = 12 \text{ V}$.

Der Kondensator wirkt bei Sinusspannung als Widerstand.

Versuch 3: Schalten Sie Kondensatoren mit unterschiedlichen Kapazitäten, z. B. $10 \mu\text{F}, 22 \mu\text{F}, 33 \mu\text{F}$, jeweils an die gleiche Wechselspannung, z. B. $12 \text{ V}, 50 \text{ Hz}$. Messen Sie bei jedem Kondensator die Stromstärke und die Spannung und berechnen Sie daraus jeweils den Widerstandswert.

Der Widerstand ist umso kleiner, je größer die Kapazität ist.

Bei größerer Kapazität kann der Kondensator mehr Ladungen aufnehmen bzw. abgeben. Dadurch fließt ein größerer Lade- bzw. Entladestrom. Deshalb ist der Blindwiderstand des Kondensators umso kleiner, je größer die Kapazität ist. Der rechnerisch ermittelte Scheinwiderstand Z des Kondensators enthält den Wirkwiderstand des Kondensators und den von der Kapazität abhängigen kapazitiven Blindwiderstand X_C .

Versuch 4: Schalten Sie einen Kondensator, z. B. mit der Kapazität $1 \mu\text{F}$, an eine Sinusspannung, z. B. $5 \text{ V}, 50 \text{ Hz}$. Messen Sie die Stromstärke und berechnen Sie den Scheinwiderstand. Wiederholen Sie den Versuch mit unterschiedlichen Frequenzen bei konstanter Spannung.

Je höher die Frequenz, desto kleiner ist der Widerstand.

Bei höherer Frequenz lädt bzw. entlädt sich der Kondensator bei gleicher Spannung in einer kürzeren Zeit. Dazu ist ein größerer Strom notwendig. Der kapazitive Blindwiderstand ist daher umso kleiner, je höher die Frequenz ist (Bild 2).

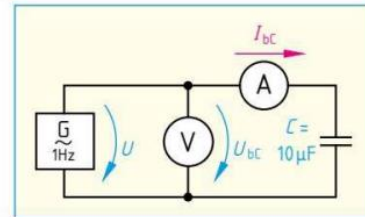


Bild 1: Phasenverschiebung beim idealen Kondensator (Wirkwiderstand $R = 0 \Omega$)

Kapazitiver Blindwiderstand

Bei Sinusspannung:

$$X_C = \frac{U_{bc}}{I_{bc}}; \quad X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$[C] = \frac{\text{As}}{\text{V}} = \text{F} \quad [X_C] = \frac{1}{\frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{\text{As}}{\text{V}}} = \Omega$$

F: Farad, Einheit der Kapazität C

- U_{bc} kapazitive Blindspannung
- I_{bc} kapazitiver Blindstrom
- X_C kapazitiver Blindwiderstand
- ω Kreisfrequenz
- C Kapazität

Beispiel:

Geg.: $C = 4,7 \mu\text{F}, f = 50 \text{ Hz}$

Ges.: X_C

Lösung:

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ F}}$$

$$X_C = 677 \Omega$$

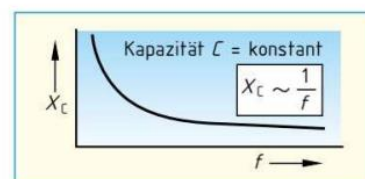


Bild 2: Blindwiderstand X_C in Abhängigkeit von der Frequenz f

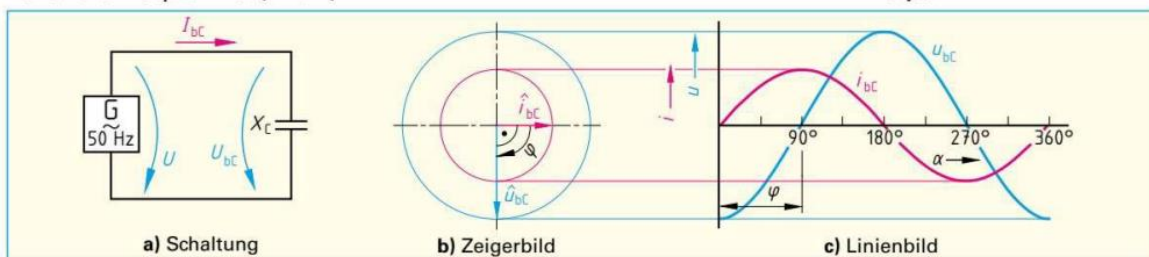


Bild 3: Strom und Spannung bei einem kapazitiven Blindwiderstand ($R = 0 \Omega$, idealer Kondensator)

Der kapazitive Blindwiderstand eines Kondensators ist umso kleiner, je höher die Frequenz (bzw. die Kreisfrequenz) und je größer die Kapazität ist.

Kondensatoren ohne Verluste, also reine Blindwiderstände, können nicht hergestellt werden. Der Wirkwiderstand des Kondensators kann jedoch gegenüber dem Blindwiderstand meist vernachlässigt werden. In diesem Fall wird der kapazitive Blindwiderstand näherungsweise aus dem Effektivwert der Spannung am Kondensator und aus dem Effektivwert des Kondensatorstromes berechnet.

Beispiel:

Welchen kapazitiven Blindwiderstand hat ein Kondensator mit der Kapazität $C = 1 \mu\text{F}$ bei der Frequenz **a)** $f = 50 \text{ Hz}$ und **b)** $f = 5 \text{ MHz}$?

Lösung:

$$\text{a) } X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{s}}{\Omega}} = 3185 \Omega$$

$$\text{b) } X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^6 \frac{1}{\text{s}} \cdot 1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{s}}{\Omega}} = 30 \text{ m}\Omega$$

7.5.2 Reihenschaltung aus Wirkwiderstand und kapazitivem Blindwiderstand

Schaltet man einen Wirkwiderstand R und einen kapazitiven Blindwiderstand X_C in Reihe (**Bild a**) an eine Spannung mit sinusförmigem zeitlichem Verlauf, so ist die Wirkspannung U_w phasengleich mit dem Strom I , und die kapazitive Blindspannung U_{bc} eilt dem Strom um 90° nach. Deshalb wird im **Spannungsdreieck (Bild b)** der Zeiger für die Blindspannung U_{bc} gegenüber dem Zeiger für den gemeinsamen Strom I um 90° gedreht gezeichnet, und zwar nacheilend.

Der gemeinsame Strom I eilt der Gesamtspannung U um den Phasenverschiebungswinkel φ vor (**Bild b**). Der Phasenverschiebungswinkel φ wird ausgehend vom Stromzeiger I (Bezugsgröße) in Richtung des Spannungszeigers U abgetragen (**Bild b**). Der Phasenverschiebungswinkel φ zeigt in Richtung des Uhrzeigersinns.

Das **Widerstandsdreieck (Bild c)** bzw. das **Leistungsdreieck (Bild d)** einer Reihenschaltung erhält man aus dem Spannungsdreieck, indem man die Zeiger für die Spannungen durch die gemeinsame Stromstärke dividiert bzw. mit der Stromstärke multipliziert. Daher sind die drei Dreiecke ähnlich. Die Größen der Zeigerdreiecke können nach dem Lehrsatz des Pythagoras oder den Winkelfunktionen berechnet werden.

Beispiel:

Ein kapazitiver Blindwiderstand $X_C = 35 \Omega$ liegt mit einem Wirkwiderstand $R = 25 \Omega$ in Reihe. Wie groß ist der Scheinwiderstand Z der Reihenschaltung?

Lösung:

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 \Rightarrow Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \sqrt{(25 \Omega)^2 + (35 \Omega)^2} = 43 \Omega$$

Reihenschaltung aus Wirkwiderstand und kapazitivem Blindwiderstand

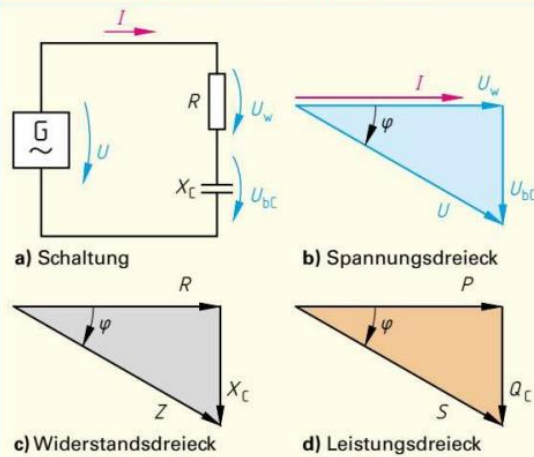


Bild: Reihenschaltung aus R und X_C

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C}; \quad X_C = \frac{U_{bc}}{I}$$

$$[X_C] = \frac{V}{A} = \frac{1}{\frac{1}{s} \cdot \frac{s}{\Omega}} = \Omega$$

$$U^2 = U_w^2 + U_{bc}^2$$

$$U = \sqrt{U_w^2 + U_{bc}^2}$$

$$Z^2 = R^2 + X_C^2$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$[Z] = \Omega$$

$$S^2 = P^2 + Q_C^2$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2}$$

$$[S] = VA = W$$

- φ Phasenverschiebungswinkel
- R Wirkwiderstand
- X_C kapazitiver Blindwiderstand
- Z Scheinwiderstand
- U Gesamtspannung
- U_w Wirkspannung
- U_{bc} kapazitive Blindspannung
- I Strom
- f Frequenz
- ω Kreisfrequenz
- C Kondensatorkapazität
- P Wirkleistung
- Q_C kapazitive Blindleistung
- S Scheinleistung

7.5.3 Parallelschaltung aus Wirkwiderstand und kapazitivem Blindwiderstand

Versuch: Schließen Sie einen Kondensator, z. B. 10 μF , und einen Stellwiderstand, z.B. von 1 $\text{k}\Omega$, an eine Wechselspannung (**Bild a**) an. Die Wechselspannung mit einer Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ soll von 0 V bis 50 V einstellbar sein. Stellen Sie die Spannung so ein, dass der Kondensatorstrom $I_{bc} = 100 \text{ mA}$ ist. Verändern Sie den Widerstand R , bis $I_w = 100 \text{ mA}$ ist. Messen Sie den Gesamtstrom I .

Der Gesamtstrom I ist 140 mA.

Nach den Gesetzen der Parallelschaltung teilt sich der Gesamtstrom I auf in einen kapazitiven Blindstrom I_{bc} und einen Wirkstrom I_w . Der Wirkstrom I_w ist phasengleich mit der Spannung U , der kapazitive Blindstrom I_{bc} eilt der gemeinsamen Spannung U um 90° voraus. Deshalb ist der Effektivwert des Gesamtstromes kleiner als die arithmetische Summe der Effektivwerte I_w und I_{bc} .

Für die Parallelschaltung aus R und X_C kann das Stromdreieck gezeichnet werden (**Bild b**). Der kapazitive Blindstrom I_{bc} steht im rechten Winkel zum Wirkstrom I_w (**Bild b**). Demnach eilt bei der Parallelschaltung aus R und X_C der Gesamtstrom I der gemeinsamen Spannung U um den Phasenverschiebungswinkel φ voraus.

Der Gesamtstrom I ist nach dem Lehrsatz des Pythagoras aus dem Wirkstrom I_w und dem Blindstrom I_{bc} geometrisch zu berechnen.

$$I^2 = I_w^2 + I_{bc}^2$$

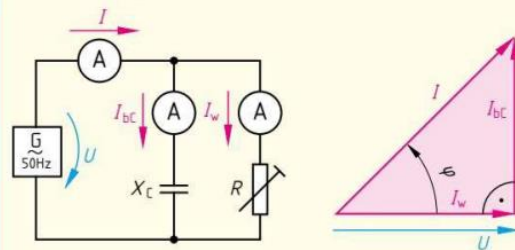
Wie für alle Zeigerdreiecke können auch beim Stromdreieck die Winkelfunktionen angewandt werden.

Der Phasenverschiebungswinkel φ wird ausgehend vom Spannungszeiger U (Bezugsgröße) in Richtung des Stromzeigers I abgetragen (**Bild b**). Im Zeigerbild ist der Winkel deshalb gegen den Uhrzeigersinn drehend.

Das **Leitwertdreieck** (**Bild c**) ist dem Stromdreieck ähnlich, da sich bei der Parallelschaltung die Leitwerte wie die Ströme verhalten. Mithilfe des Leitwertdreiecks kann der Scheinleitwert Y bzw. der Scheinwiderstand Z der Parallelschaltung aus den Leitwerten des kapazitiven Blindwiderstandes X_C und des Wirkwiderstandes R berechnet werden.

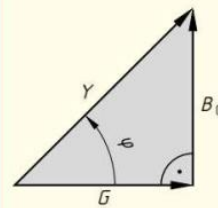
Das **Leistungsdreieck** (**Bild d**) ist ebenfalls dem Stromdreieck ähnlich, da alle Leistungen an derselben Spannung auftreten. Beim Leitwertdreieck und beim Leistungsdreieck können der Satz des Pythagoras oder die Winkelfunktionen angewandt werden, weil beide Dreiecke rechtwinklig sind.

Parallelschaltung aus Wirkwiderstand und kapazitivem Blindwiderstand

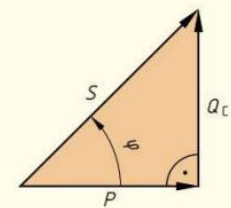


a) Schaltung

b) Stromdreieck



c) Leitwertdreieck



d) Leistungsdreieck

Bild: Parallelschaltung aus R und X_C

$$I^2 = I_w^2 + I_{bc}^2$$

$$I_w = I \cdot \cos \varphi$$

$$I = \sqrt{I_w^2 + I_{bc}^2}$$

$$I_{bc} = I \cdot \sin \varphi$$

$$\tan \varphi = \frac{I_{bc}}{I_w}$$

$$Y = \sqrt{G^2 + B_C^2}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q_C^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{G}{Y}; \sin \varphi = \frac{B_C}{Y}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S}; \sin \varphi = \frac{Q_C}{S}$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U}$$

$$S = U \cdot I$$

$$G = \frac{1}{R} = \frac{I_w}{U}$$

$$P = U \cdot I_w$$

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{I_{bc}}{U}$$

$$Q_C = U \cdot I_{bc}$$

φ	Phasenverschiebungswinkel	G	Wirkleitwert
R	Wirkwiderstand	B_C	Blindleitwert
X_C	kapazitiver Blindwiderstand	Y	Scheinleitwert
Z	Scheinwiderstand	f	Frequenz
I	Gesamtstrom	C	Kapazität
I_w	Wirkstrom	P	Wirkleistung
I_{bc}	Blindstrom	Q_C	kapazitive Blindleistung
U	Spannung	S	Scheinleistung

Beispiel:

Für einen MKV-Kondensator (**Bild 1a**) gilt das Ersatzschaltbild (**Bild 1b**). Die Kapazität beträgt $C = 4,7 \mu\text{F}$. Mit den Angaben im Datenblatt wird durch Berechnung ein Widerstand von $R = 2,3 \text{ M}\Omega$ ermittelt. Der MKV-Kondensator wird an 230 V , 50 Hz angeschlossen. Berechnen Sie **a)** den Wirkstrom, **b)** den kapazitiven Blindstrom, **c)** den Gesamtstrom und **d)** den Phasenverschiebungswinkel φ .

Lösung:

- a) $I_w = \frac{U}{R} = \frac{230 \text{ V}}{2,3 \text{ M}\Omega} = \frac{230 \text{ V}}{2,3 \cdot 10^6 \Omega} = 0,0001 \text{ A} = \mathbf{0,1 \text{ mA}}$
- b) $X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4,7 \mu\text{F}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 677 \Omega$
 $I_{bc} = \frac{U}{X_C} = \frac{230 \text{ V}}{677 \Omega} = 0,3397 \text{ A} = \mathbf{339,7 \text{ mA}}$
- c) $I = \sqrt{I_w^2 + I_{bc}^2} = \sqrt{(0,1 \text{ mA})^2 + (339,7 \text{ mA})^2} = \mathbf{339,7 \text{ mA}} \Rightarrow I \approx I_{bc}$
- d) $\cos \varphi = \frac{I_w}{I} = \frac{0,1 \text{ mA}}{339,7 \text{ mA}} = 2,94 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \varphi = \mathbf{89,98^\circ}$

7.5.4 Verlustwinkel und Gütefaktor eines Kondensators

In jedem Kondensator treten beim Betrieb Verluste auf. Diese Verluste unterteilt man in dielektrische Verluste und Leiterverluste. Liegt am Kondensator eine Wechselspannung, so werden die Moleküldipole im Dielektrikum ständig gedreht. Es entstehen dielektrische Verluste. Befinden sich beim Wickelkondensator die Anschlüsse nur an den Anfängen der Folien, so müssen Ladestrom und Entladestrom durch die ganze Länge der Wickel fließen. Die Metallfolien wirken als elektrische Leiter und haben daher einen Wirkwiderstand, an dem Stromwärmeverluste auftreten.

Alle Verlustarten im Kondensator werden zu dem sogenannten **parallelen Verlustwiderstand R** zusammengefasst. Der Widerstand R ist ein reiner Wirkwiderstand. Durch den Wirkwiderstand R fließt der Verluststrom I_w (**Bild 2a**). Infolge der Verluste ist der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Spannung und Strom nicht genau 90° , sondern stets etwas kleiner (**Bild 2b**).

Man bezeichnet die Differenz $90^\circ - \varphi$ als **Verlustwinkel δ** . Der Tangens des Verlustwinkels δ wird **Verlustfaktor d** genannt. Der Kehrwert des Verlustfaktors d ist der **Gütefaktor Q** .

Vernachlässigt man die Verluste beim Kondensator, kann der Kondensator als reiner Blindwiderstand aufgefasst werden.

Beispiel:

In den technischen Angaben wird für einen MKV-Kondensator B25838 (**Bild 1a**) von $C = 4,7 \mu\text{F}$ bei $U = 420 \text{ V}$ 50 Hz ein Verlustfaktor $\tan \delta = 0,0003$ angegeben. Berechnen Sie **a)** den kapazitiven Blindwiderstand X_C , **b)** den Verlustwiderstand R und **c)** den Gesamtstrom I .

Lösung:

- a) $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4,7 \mu\text{F}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 4,7 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = \mathbf{677 \Omega}$
- b) $\tan \delta = \frac{X_C}{R} \Rightarrow R = \frac{X_C}{\tan \delta} = \frac{677 \Omega}{0,0003} = \mathbf{2,3 \text{ M}\Omega}$
- c) $R \gg X_C \Rightarrow Z \approx X_C: I = \frac{U}{Z} = \frac{420 \text{ V}}{677 \Omega} = \mathbf{0,62 \text{ A}}$

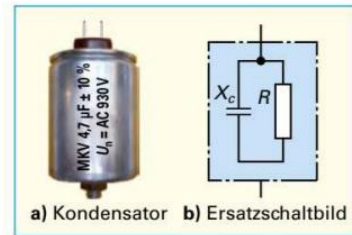


Bild 1: MKV-Kondensator

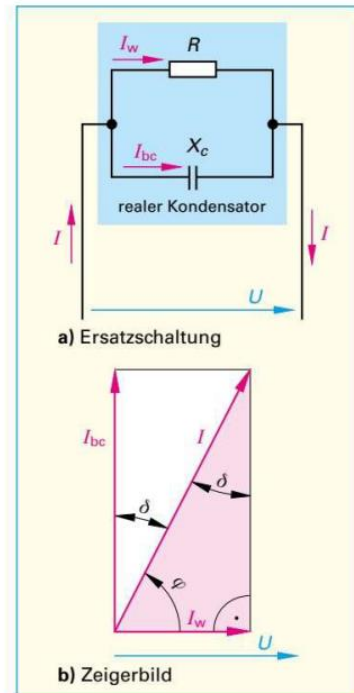


Bild 2: Kondensator mit Verlusten

$$\delta = 90^\circ - \varphi \quad d = \tan \delta$$

$$Q = \frac{1}{d} = \frac{1}{\tan \delta}$$

$$\tan \delta = \frac{I_w}{I_{bc}} = \frac{X_C}{R} = \frac{P}{Q_C}$$

δ	Verlustwinkel
φ	Phasenverschiebungswinkel
d	Verlustfaktor
Q	Gütefaktor
I_w	Wirkstrom
I_{bc}	kapazitiver Blindstrom
R	Verlust-, Wirkwiderstand
X_C	kapazitiver Blindwiderstand
P	Wirkleistung
Q_C	kapazitive Blindleistung

7.8.3 RC-Tiefpass

Der RC-Tiefpass (**Bild 1a**) mit der Eingangsspannung U_1 und der Ausgangsspannung U_2 ist ein frequenzabhängiger Spannungsteiler. Bei tiefen Frequenzen liegt der größte Teil der Eingangsspannung U_1 als Ausgangsspannung U_2 am Kondensator C . Bei hohen Frequenzen liegt nur eine kleine Ausgangsspannung U_2 am Kondensator C (**Bild 1b**).

Da sich bei einer Reihenschaltung die Widerstände wie die dazugehörigen Spannungen verhalten, ist bei der Grenzfrequenz f_c der Wirkwiderstand R gleich dem Blindwiderstand X_C . Aus dieser Beziehung lässt sich die Grenzfrequenz f_c berechnen.

Anwendung: RC-Tiefpässe werden eingesetzt, wenn Wechselspannungen mit hoher Frequenz, z. B. Funkstörspannungen (**Seite 414**), unterdrückt und Wechselspannungen mit niedriger Frequenz, z. B. die Netzfrequenz, nicht beeinflusst werden sollen.

Bei elektronischen Schaltungen, z. B. bei Verstärkern (**Seite 215**), werden häufig der Gleichspannungsanteil U_+ und der Wechselspannungsanteil $U_~$ einer Mischspannung $U_±$ durch einen Koppelkondensator C_K getrennt (**Bild 2**). Die Kondensatorkapazität wird so gewählt, dass der Blindwiderstand X_C des Kondensators klein gegenüber dem Wirkwiderstand R ist. Der Kondensator stellt dann für den Wechselspannungsanteil nur einen kleinen Widerstand dar.

7.8.4 RC-Hochpass

Der RC-Hochpass (**Bild 3a**) kann als frequenzabhängiger Spannungsteiler mit der Gesamtspannung U_1 (Eingangsspannung) und den Teilspannungen U_{bC} und U_2 (Ausgangsspannung) betrachtet werden. Bei tiefen Frequenzen, z. B. bei 50 Hz, hat die Kapazität C einen Blindwiderstand, der im Vergleich zum Wirkwiderstand R groß ist. Da sich Spannungen wie die dazugehörigen Widerstände verhalten, liegt in diesem Fall nur eine kleine Ausgangsspannung U_2 am Wirkwiderstand R . Bei hohen Frequenzen, z. B. bei 10 kHz, hat der Kondensator einen kleinen Blindwiderstand X_C im Vergleich zum Wirkwiderstand R . Die Ausgangsspannung U_2 am Wirkwiderstand R ist nahezu so groß wie die Eingangsspannung U_1 (**Bild 3b**). Bei der Grenzfrequenz f_c sind Wirkwiderstand R und Blindwiderstand X_C gleich groß.

Anwendung. RC-Hochpässe werden eingesetzt, wenn Wechselspannungen mit hoher Frequenz, z. B. Steuersignale für Tonfrequenz-Rundsteueranlagen (**Seite 166**), in Gleichstromnetze oder Wechselstromnetze mit niedriger Frequenz, z. B. 50 Hz, eingespeist oder angekoppelt werden.

Beispiel:

Ein RC-Hochpass (**Bild 3**) mit $R = 4,7 \text{ k}\Omega$ und $C = 6,8 \text{ nF}$ liegt an einer Spannung von 6 V. Berechnen Sie **a**) die Ausgangsspannung bei $f = 7,5 \text{ kHz}$, **b**) die Phasenverschiebung zwischen U_1 und U_2 und **c**) die Grenzfrequenz.

Lösung:

a) $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 7500 \text{ Hz} \cdot 6,8 \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 3,12 \text{ k}\Omega$
 $U_2 = \frac{U_1 \cdot R}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{6 \text{ V} \cdot 4,7 \text{ k}\Omega}{\sqrt{(4,7 \text{ k}\Omega)^2 + (3,12 \text{ k}\Omega)^2}} = 5 \text{ V}$
 b) $\tan \varphi = \frac{X_C}{R} = \frac{3,12 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega} = 0,664 \Rightarrow \varphi = 33,6^\circ$
 c) $f_c = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot C} = \frac{1}{2\pi \cdot 4,7 \text{ k}\Omega \cdot 6,8 \cdot 10^{-9} \text{ F}} = 4,98 \text{ kHz}$

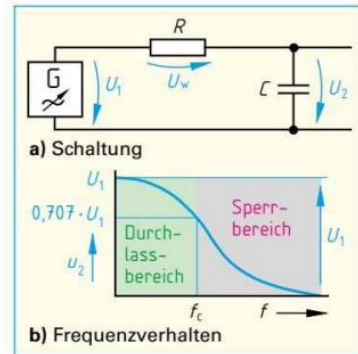


Bild 1: RC-Tiefpass

Grenzfrequenz beim RC-Tiefpass und RC-Hochpass

Bei der Grenzfrequenz f_c gilt:

$$R = X_C \Rightarrow R = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot C}$$

$$f_c = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot C}$$

$$U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot U_1$$

- C Kapazität
- U_1 Eingangsspannung
- U_2 Ausgangsspannung
- f_c Grenzfrequenz
- R Wirkwiderstand

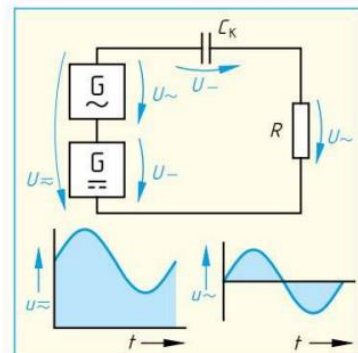


Bild 2: Trennung von Wechselspannung und Gleichspannung

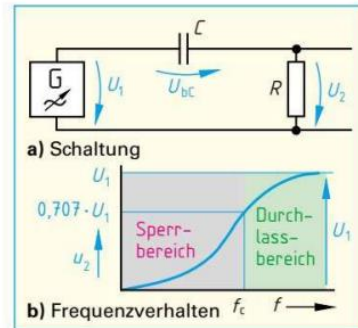


Bild 3: RC-Hochpass