

5.6 Spannungserzeugung durch Induktion

5.6.1 Generatorprinzip (Induktion der Bewegung)

Versuch 1: Hängen Sie einen Leiter, z. B. ein Aluminiumrohr, an zwei beweglichen Metallbändern zwischen den Polen eines Hufeisenmagneten auf (**Bild 1**). Schließen Sie die Metallbänder an einen Spannungsmesser mit Millivoltbereich und Nullpunkt in Skalenmitte an. Bewegen Sie den Leiter wie in **Bild 1** senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes.

Der Zeiger schlägt aus, solange der Leiter im Magnetfeld bewegt wird.

Versuch 2: Wiederholen Sie Versuch 1, bewegen Sie aber den Leiter in Richtung der Feldlinien.

Das Messinstrument zeigt keinen Ausschlag.

Wird ein Leiter durch das Magnetfeld geführt, so bewegen sich mit ihm auch seine freien Elektronen. Bewegte Elektronen werden von einem Magnetfeld durch die Lorentzkraft senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung abgelenkt. Auf der einen Seite des Leiters bildet sich ein Elektronenüberschuss, auf der anderen Seite ein Elektronenmangel (**Bild 2**). Zwischen den Leiterenden entsteht eine Spannung.

Generatorprinzip: Magnetfeld und Bewegung eines Leiters erzeugen eine Spannung.

Versuch 3: Wiederholen Sie Versuch 1, bewegen Sie aber den Leiter in umgekehrter Richtung.

Der Zeiger des Messinstruments schlägt in entgegengesetzter Richtung aus.

Die Richtung der induzierten Spannung hängt von der Richtung der Bewegung ab.

Versuch 4: Wiederholen Sie Versuch 1, vertauschen Sie aber die Pole des Hufeisenmagneten.

Der Zeiger des Instruments schlägt nach der entgegengesetzten Richtung aus.

Die Richtung der induzierten Spannung hängt auch von der Richtung des Magnetfeldes ab.

Versuch 5: Bewegen Sie in der Versuchsanordnung 1 den Leiter zuerst langsam, dann schnell durch das Magnetfeld.

Bei größerer Geschwindigkeit des Leiters ist die Spannung größer.

Die Höhe der induzierten Spannung nimmt mit der Geschwindigkeit des Leiters zu.

Wenn man den Leiter festhält und das Magnetfeld bewegt, wird ebenfalls eine Spannung induziert. Die Größe der induzierten Spannung hängt von der Geschwindigkeit des Magneten gegenüber dem Leiter ab, die Richtung der induzierten Spannung von der Bewegungsrichtung des Magnetfeldes.

Die induzierte Spannung wird fast immer von Leiterschleifen oder von Spulen abgenommen, nicht von einem Leiterstück. In einer Leiterschleife im Magnetfeld entsteht eine Spannung, wenn sich der magnetische Fluss, der von der Leiterschleife umfasst wird, ändert. Dies ist der Fall, wenn die Leiterschleife im Magnetfeld gedreht wird.

Wird eine Leiterschleife in einem Magnetfeld so bewegt, dass sich der magnetische Fluss in der Schleife ändert, so wird in ihr während der Bewegung eine Spannung induziert¹. Diesen Vorgang nennt man Induktion.

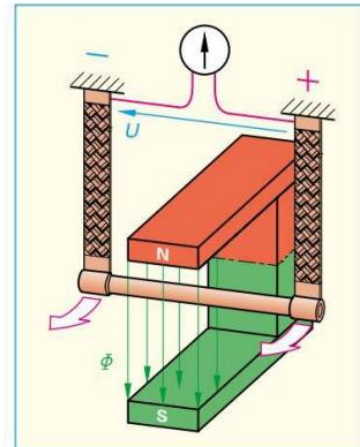


Bild 1: Bewegung des Leiters im Magnetfeld

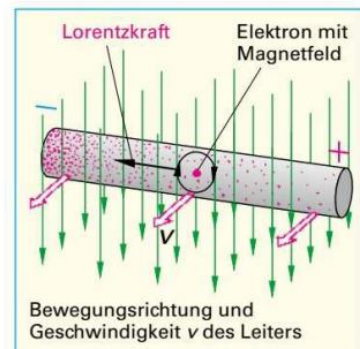


Bild 2: Ladungsverschiebung durch Bewegung im Magnetfeld

¹ von inducere (lat.) = hineinführen

Ändert sich der magnetische Fluss innerhalb einer Spule so wird in ihr eine Spannung erzeugt.

Versuch 6: Schließen Sie an einen Spannungsmesser (Messbereich 3 V) eine Spule mit 300 Windungen an. Bewegen Sie die Spule über einen Schenkel des Hufeisenmagneten.

Der Zeiger des Instruments schlägt aus.

Versuch 7: Wiederholen Sie Versuch 6, verwenden Sie dabei Spulen mit 600 und mit 1200 Windungen. Bewegen Sie die Spulen nacheinander mit gleicher Geschwindigkeit über einen Schenkel des Magneten.

Die induzierte Spannung ist bei größerer Windungszahl bzw. Leiterzahl entsprechend größer.

Die induzierte Spannung wächst mit der Anzahl der Windungen bzw. der Leiter.

Die induzierte Spannung nimmt außerdem mit steigender magnetischer Flussdichte und mit der wirksamen Länge des Leiters im Magnetfeld zu.

Ist der Stromkreis geschlossen, so ruft die Induktionsspannung einen Strom hervor. Die Richtung des Stromes ist von der Bewegungsrichtung des Leiters und von der Richtung des Magnetfeldes abhängig. Sie kann mithilfe der **Generatorregel** (rechte Hand) bestimmt werden (**Bild 1**).

Hält man die rechte Hand so, dass die Feldlinien vom Nordpol her auf die Innenfläche der Hand treffen und der abgespreizte Daumen in die Bewegungsrichtung zeigt, so fließt der Induktionsstrom in Richtung der ausgestreckten Finger.

Die Spannungserzeugung durch Induktion der Bewegung wird bei Generatoren (Synchrogenerator, **Seite 507**) angewendet.

5.6.2 Lenzsche Regel

Versuch: Treiben Sie einen Generator, z. B. einen Fahrraddynamo, mit einem Motor an. Belasten Sie dann den Generator durch ein Glühlämpchen.

Der Generator bremst den Motor stärker ab, wenn das Glühlämpchen angeschlossen ist.

Bei der Bewegung des Leiters durch das Magnetfeld wird im Leiter eine Spannung induziert, die einen Strom zur Folge hat. Dieser Strom ruft ein Magnetfeld um den Leiter hervor (**Bild 2**), das sich dem Polfeld überlagert. Das Feld um den Leiter ist so gerichtet, dass sich das gemeinsame (resultierende) Feld vor dem Leiter verdichtet (**Bild 3**) und deshalb der verursachenden Bewegung entgegenwirkt.

Lenzsche¹ Regel

Der durch eine Induktionsspannung hervorgerufene Strom ist stets so gerichtet, dass er der Ursache der Induktion entgegenwirkt.

Bewegungsinduktion

$$u_i = B \cdot l \cdot v \cdot z$$

$$[u_i] = \frac{Vs}{m^2} \cdot m \cdot \frac{m}{s} = V$$

- u_i induzierte Spannung
- B magnetische Flussdichte
- l wirksame Leiterlänge im Magnetfeld
- v Geschwindigkeit des Leiters
- z Anzahl der Leiter

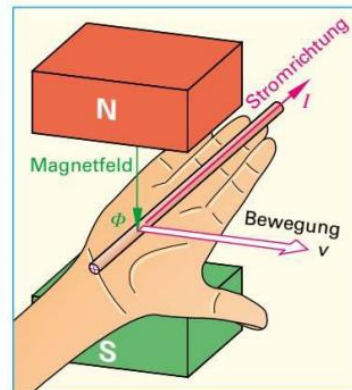


Bild 1: Generator-Regel (rechte Hand)

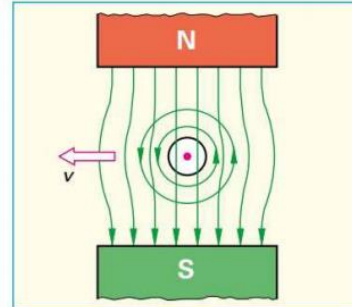


Bild 2: Polfeld und Leiterfeld

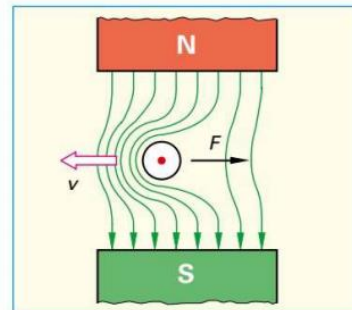


Bild 3: Resultierendes Feld: Der Leiter wird in seiner Bewegung gebremst

¹ Heinrich F. E. Lenz, russischer Physiker, 1804 bis 1865

5.6.3 Transformatorprinzip (Induktion der Ruhe)

Versuch 1: Stellen Sie zwei Spulen mit gleichen Windungszahlen, z. B. 600 Windungen, nebeneinander auf (**Bild 1**). Schließen Sie die erste Spule über einen Strommesser, einen einstellbaren Widerstand und einen Schalter an ein Netzteil an. Verbinden Sie die zweite Spule mit einem Spannungsmesser (Millivoltbereich, Nullpunkt in Skalenmitte). Schalten Sie den Strom in der ersten Spule ein und nach kurzer Zeit wieder aus.

*Im Augenblick des Einschaltens schlägt der Zeiger des Spannungsmessers aus und geht sofort wieder in die Nullstellung zurück. Im Augenblick des Ausschaltens schlägt der Zeiger des Spannungsmessers wieder kurz aus, aber in entgegengesetzter Richtung (**Bild 2**).*

Fließt Strom durch die Spule 1, erzeugt er ein Magnetfeld, das zum Teil auch die Spule 2 durchsetzt (**Bild 1**). Beim Einschalten wird das Magnetfeld aufgebaut, beim Ausschalten abgebaut. Diese Feldänderung induziert in der Spule 2 eine Spannung.

In einer Spule wird eine Spannung induziert, wenn sich die Anzahl der von der Spule umfassten Feldlinien, also der umfasste magnetische Fluss, ändert.

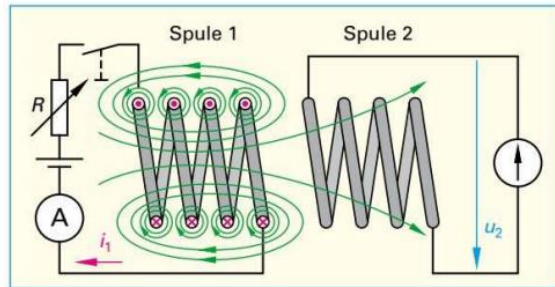


Bild 1: Induktion der Ruhe (Transformatorprinzip)

Versuch 2: Stecken Sie die beiden Spulen des letzten Versuchs auf einen gemeinsamen (geblechten) Eisenkern und wiederholen Sie den Versuch 1. Verwenden Sie jedoch einen Spannungsmesser mit größerem Messbereich.

Die induzierte Spannung in Spule 2 ist erheblich größer als beim letzten Versuch.

Ein Eisenkern verstärkt das Feld in den Spulen. Bei Feldänderung erhält man damit eine größere Änderung des magnetischen Flusses.

Versuch 3: Wiederholen Sie den letzten Versuch. Ändern Sie aber nach dem Einschalten mit dem einstellbaren Widerstand die Stromstärke in Spule 1 zunächst nur langsam, dann schneller.

Bei schneller Änderung des magnetischen Flusses entsteht in Spule 2 eine größere Spannung.

Die induzierte Spannung ist umso größer, je schneller sich der magnetische Fluss in der Spule ändert.

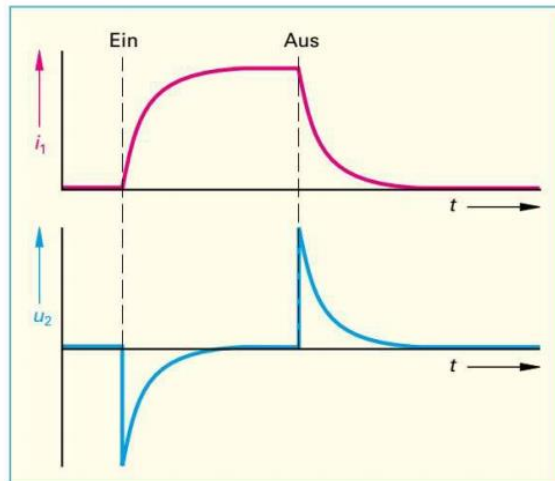


Bild 2: Spannung in Spule 2 beim Ein- und Ausschalten des Stroms in Spule 1

Beim Ein- und Ausschalten einer Spule (Versuch 1) ändert sich das Magnetfeld sehr schnell, deshalb werden in Spule 2 auch hohe Spannungen induziert.

Versuch 4: Führen Sie durch eine Spule von 600 Windungen einen längeren Eisenkern. Stecken Sie auf den Eisenkern einen Aluminiumring, der an einem Faden aufgehängt ist, sodass er leicht über dem Eisenkern pendeln kann. Schließen Sie die Spule über einen Schalter an ein Netzgerät an (**Bild 3**).

Beim Einschalten des Stromes wird der Aluminiumring abgestoßen, beim Ausschalten angezogen.

Die Änderung des Spulenstroms beim Einschalten induziert im Aluminiumring einen Strom, dessen Magnetfeld dem verursachenden Feld der Spule entgegengerichtet ist (lensche Regel). Der Ring wird abgestoßen. Beim Ausschalten haben beide Felder die gleiche Richtung. Der Ring wird angezogen.

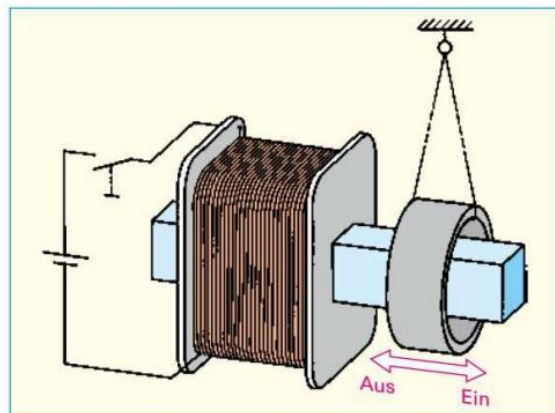


Bild 3: Abstoßen und Anziehen eines Aluminiumrings

Versuch 5: Stecken Sie zwei Spulen gleicher Windungszahl, z. B. je 600 Windungen, auf die Schenkel eines geblechten U-Kerns und schließen Sie den magnetischen Kreis mit dem zugehörigen Joch. Verbinden Sie die erste Spule mit einem Wechselspannungserzeuger, z. B. mit einem Netzgerät (**Bild 1**). Schließen Sie je einen Wechselspannungsmesser an die erste und an die zweite Spule an. Vergleichen Sie die Spannungen an beiden Spulen.

Die Wechselspannung an Spule 2 ist fast so groß wie die Spannung an Spule 1.

Die Anordnung zweier Spulen (Wicklungen) auf einem gemeinsamen Eisenkern nennt man **Transformator**¹. Spule 1, der elektrische Energie zugeführt wird, heißt Eingangs- oder Primärwicklung, Spule 2, die Energie abgibt, wird als Ausgangs- oder Sekundärwicklung bezeichnet (**Bild 2**).

Versuch 6: Wiederholen Sie den letzten Versuch. Verwenden Sie als Ausgangswicklung jedoch eine Spule mit doppelt so großer Windungszahl wie die Eingangswicklung, z. B. 1200 Windungen. Vergleichen Sie die Spannungen an beiden Wicklungen.

Die Ausgangsspannung ist nahezu doppelt so groß wie die Eingangsspannung.

In jeder Windung der Ausgangswicklung wird eine gleich große Spannung induziert. Die Windungen sind alle hintereinander geschaltet. Also addieren sich die Einzelspannungen jeder Windung. Die Ausgangsspannung wächst daher im gleichen Verhältnis mit der Anzahl der Windungen.

Die induzierte Spannung ist der Windungszahl proportional.

Außerdem hängt die induzierte Spannung noch davon ab, wie schnell sich der magnetische Fluss ändert, der von der Spule umfasst wird (**Bild 3**).

Induktionsgesetz

Die in einer Spule induzierte Spannung ist umso größer, je größer die Windungszahl der Spule, je stärker die Flussänderung und je kürzer die Zeitdauer ist, in der diese Flussänderung erfolgt.

Die induzierte Spannung ist also proportional der Steigung der $\Phi(t)$ -Kurve (**Bild 3**). Die Induktionsspannung ist so gerichtet, dass der Strom, den sie zur Folge hat, ihrer Ursache entgegenwirkt (Minuszeichen in der Formel).

Beispiel:

In eine Spule mit 60 Windungen wird ein Magnet mit einem magnetischen Fluss von 0,2 mWb in einer Zeit von 3 ms eingeführt. Wie groß ist die in der Spule induzierte Spannung bei gleichmäßiger Flussänderung?

Lösung:

$$u_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -60 \cdot \frac{0,2 \text{ mVs}}{3 \text{ ms}} = -\frac{60 \cdot 0,2 \text{ mVs}}{3 \text{ ms}} = -4 \text{ V}$$

¹ von transformare (lat.) = verwandeln

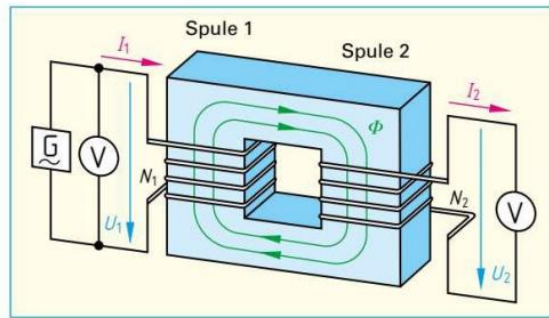


Bild 1: Aufbau eines Transformators

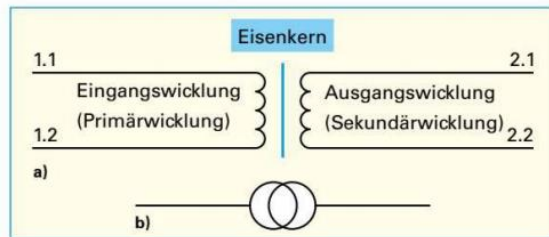


Bild 2: Schaltzeichen eines Transformators
a) für mehrpolige Darstellung und
b) für einpolige Darstellung

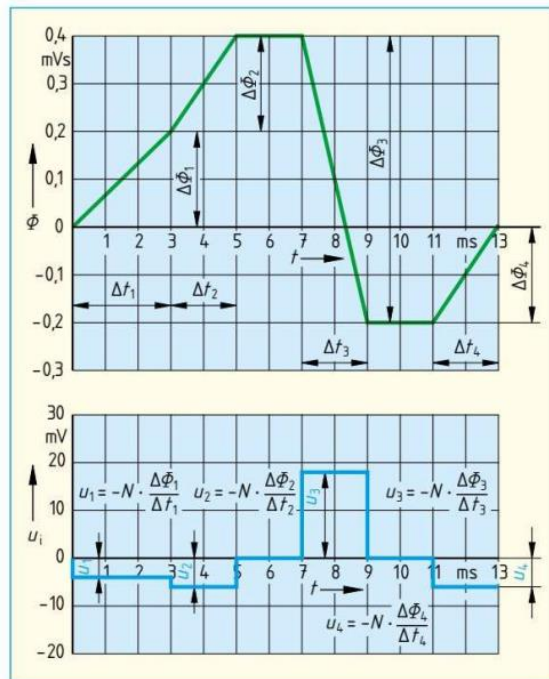


Bild 3: Induktionsspannung durch Flussänderung

Induzierte Spannung

$$u_i = -N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

| | |
|--------------|--|
| u_i | induzierte Spannung |
| N | Windungszahl |
| $\Delta\Phi$ | magnetische Flussänderung |
| Δt | Zeitdauer der magnetischen Flussänderung |

5.6.4 Selbstinduktion

Versuch 1: Schließen Sie eine Spule mit geschlossenem Eisenkern an eine Gleichspannung von etwa 2 V. Schalten Sie parallel zur Spule eine Glimmlampe P1 mit einer Zündspannung von etwa 90 V (**Bild 1**). Schließen und öffnen Sie den Stromkreis.

Die Glimmlampe P1 leuchtet beim Öffnen des Stromkreises kurz auf.

Beim Öffnen des Stromkreises wird in der Spule eine hohe Spannung erzeugt. Das zusammenbrechende Magnetfeld induziert in der Spule selbst eine Spannung, die man daher **Selbstinduktionsspannung** nennt.

Versuch 2: Schalten Sie in Reihe zu einer Spule mit 1200 Windungen eine 4,5-V-Glühlampe P1, außerdem eine zweite 4,5-V-Glühlampe P2 in Reihe zu einem einstellbaren Widerstand. Legen Sie beide Reihenschaltungen parallel an eine Gleichspannung von 6 V (**Bild 2**). Gleichen Sie den Stellwiderstand so ab, dass beide Glühlampen gleich hell leuchten.

Öffnen Sie den Stromkreis und schließen Sie ihn dann wieder. Beobachten Sie dabei die beiden Glühlampen.

Beim Schließen des Stromkreises leuchtet die Glühlampe P2 in Reihe mit der Spule später auf.

Nach dem Einschalten erreicht der Strom in der Spule nicht sofort seinen vollen Wert (**Bild 3**). Das Magnetfeld wird erst durch den Strom aufgebaut. Diese Feldänderung bewirkt eine Selbstinduktionsspannung, die so gepolt ist, dass sie das Ansteigen des Stromes und damit den Aufbau des Magnetfeldes verzögert (lenzsche Regel).

Nach dem Abschalten des Stromes baut sich das Magnetfeld der Spule ab. Dies hat ebenfalls eine Selbstinduktionsspannung zur Folge (**Bild 3**), die aber so gepolt ist, dass der Spulenstrom in gleicher Richtung weiterfließt und dann langsam auf null abklingt (lenzsche Regel).

Bei einer Spule an Wechselspannung verringert die Selbstinduktionsspannung die Stromaufnahme. Diese Selbstinduktionsspannung ist umso größer, je schneller sich das magnetische Feld ändert und je größer die **Induktivität** (Formelzeichen L) der Spule ist. Die Induktivität wächst mit dem Quadrat der Windungszahl und hängt außerdem von den Abmessungen der Spule sowie von den Eigenschaften des Eisenkerns ab. Die Einheit der Induktivität ist Henry¹ (H).

Eine Spule hat die Induktivität von 1 Henry, wenn bei einer gleichförmigen Stromänderung von 1 A in 1 s die Spannung 1 V induziert wird.

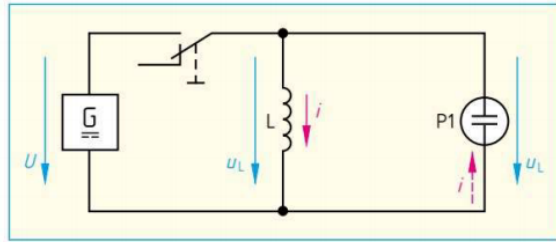


Bild 1: Ausschalten einer Spule

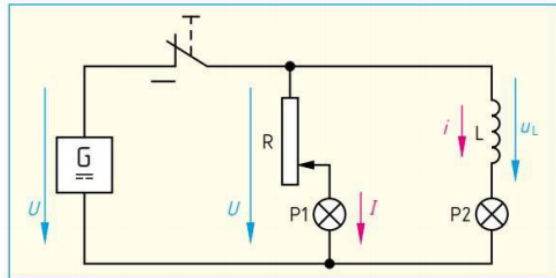


Bild 2: Einschalten einer Spule

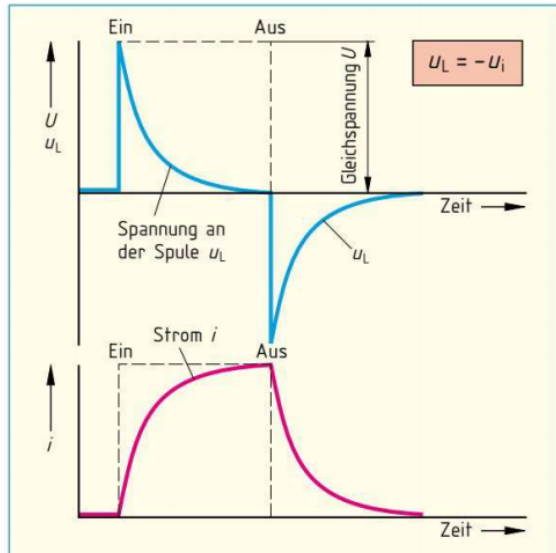


Bild 3: Strom- und Spannungsverlauf beim Ein- und Ausschalten einer Spule

| Induktivität | Induzierte Spannung |
|---|--|
| $L = N^2 \cdot \mu \cdot \frac{A}{l_m} = N^2 \cdot A_L$ | $u_i = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$ |
| $[L] = \frac{Vs}{A} = \Omega s = H$ | |
| L Induktivität | |
| N Windungszahl | |
| μ Permeabilität | |
| A vom magnetischen Fluss durchsetzte Fläche | |
| l_m mittlere Feldlinienlänge im Eisen | |
| A_L Spulenkonstante, z. B. in mH, nach Herstellerangabe | |
| Δi Stromänderung | |
| Δt Zeitdauer der Stromänderung | |
| u_i induzierte Spannung (Selbstinduktionsspannung) | |

¹ Josef Henry, amerikanischer Physiker, 1797 bis 1878

5.6.5 Wirbelströme

Versuch 1: Hängen Sie eine dicke Aluminiumscheibe, die an einer Pendelstange befestigt ist, so an einem Stativ auf, dass die Scheibe ungehindert im Luftspalt eines Elektromagneten schwingen kann (**Bild 1**). Lassen Sie das Pendel zunächst frei schwingen. Legen Sie dann eine Gleichspannung an die Spulen des Elektromagneten, z. B. an 2 Spulen mit je 600 Windungen auf einem U-Kern mit aufgesetzten Polschuhen.

Sobald durch den Elektromagneten Strom fließt, wird das Pendel stark abgebremst.

Das Bewegen der Aluminiumscheibe im Feld des Elektromagneten induziert in ihr eine Spannung, die einen großen Strom (Kurzschlussstrom) verursacht, weil die Scheibe wie eine in sich geschlossene Leiterschleife wirkt. Der Strom findet jedoch keinen genau festgelegten Weg vor. Deshalb nennt man ihn **Wirbelstrom**.

Wird Metall in einem Magnetfeld bewegt, so entstehen im Metall Wirbelströme, deren Magnetfeld die Bewegung bremst.

Versuch 2: Wiederholen Sie den letzten Versuch, verwenden Sie aber als Pendel eine geschlitzte Aluminiumscheibe (**Bild 1**).

Das Pendel schwingt auch nach dem Einschalten des Spulenstromes nur wenig gebremst weiter.

Die Schlitze in der Aluminiumscheibe unterbrechen den Weg der Wirbelströme, die sich daher kaum ausbilden können.

Versuch 3: Schieben Sie eine Spule mit 1200 Windungen auf einen geblechten Schenkel eines U-Kerns und schließen Sie den Eisenweg mit einem massiven Joch aus Weicheisen. Legen Sie die Spule an 230 V Wechselspannung an. Berühren Sie nach einigen Minuten vorsichtig das Joch und den U-Kern.

Das massive Joch hat sich stark erwärmt, der geblechte U-Kern dagegen nur wenig.

Im Joch und im U-Kern induziert das magnetische Wechselfeld Wirbelströme, die im massiven Joch sehr stark sind, weil sein großer Querschnitt den Wirbelströmen nur einen geringen Widerstand entgegengesetzt (**Bild 2a**). Im geblechten U-Kern aus dünnen, gegeneinander isolierten Eisenblechen dagegen finden die Wirbelströme einen hohen Widerstand vor, weil ihr Stromweg mehrfach unterbrochen wird (**Bild 2b**).

Durchdringt ein magnetisches Wechselfeld Metall, so werden im Metall Wirbelströme erzeugt, die das Metall stark erwärmen.

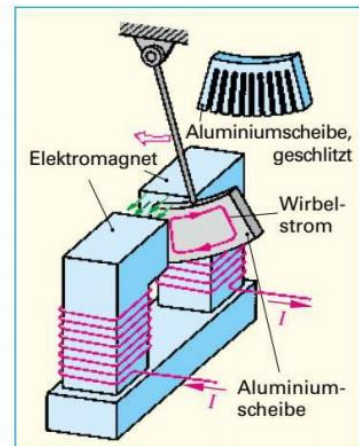


Bild 1: Wirbelstrombremsung

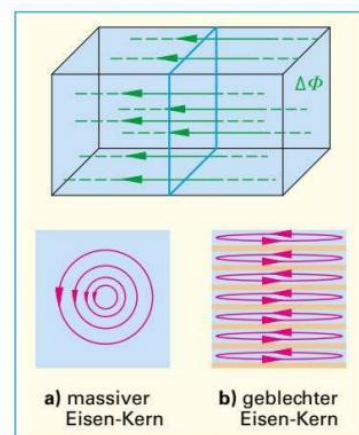


Bild 2: Wirbelströme in Eisenkernen

i Wirbelströme

Sie entstehen besonders in massiven Metallen durch ein magnetisches Wechselfeld oder durch Bewegung des Metalls in einem Magnetfeld und erzeugen Wärme.

Wirbelströme können Energieverluste (**Wirbelstromverluste**) verursachen. Wirbelströme können aber auch technisch genutzt werden.

Anwendung: Wirbelströme nutzt man z. B. zur induktiven Erwärmung von Metallen oder zur Abschirmung hochfrequenter Magnetfelder. Die HF-Spule z. B. ist von einem Becher aus Aluminium umgeben. Im Becher entstehen Wirbelströme, deren Magnetfeld dem abzuschirmenden Wechselfeld immer entgegengesetzt ist. Durch das Abschirmblech kann daher kein Störfeld nach außen dringen, ebensowenig kann ein magnetisches Wechselfeld von außen die Spule im Innern beeinflussen.

Die **Wirbelstrombremsung** wendet man z. B. bei elektromechanischen Elektrizitätszählern an. Es dreht sich eine elektromotorisch angetriebene Aluminiumscheibe zwischen den Polen eines Dauermagneten (**Seite 175**). Ferner dient die Wirbelstrombremsung als zusätzliche verschleißfreie Bremse in Hochgeschwindigkeitszügen, LKWs und Autobussen sowie zur Dämpfung des Zeigerausschlags bei elektrischen Messwerken, z. B. Drehpulmesswerken.

7.3 Spule im Wechselstromkreis

7.3.1 Induktiver Blindwiderstand

Die Stromaufnahme einer Spule an Wechselspannung (**Bild 1**) ist kleiner als an Gleichspannung. Ursache dafür ist der **induktive Blindwiderstand X_L** . Der induktive Blindwiderstand entsteht durch die Selbstinduktionsspannung in der Spule, die auf den Sinusstrom I hemmend wirkt.

Eine Spule im Wechselstromkreis hat einen induktiven Blindwiderstand, der durch Selbstinduktion entsteht.

Der Strom erzeugt einen phasengleichen magnetischen Fluss Φ . Als Folge der Flussänderung entsteht eine **Selbstinduktionsspannung**. Die Selbstinduktionsspannung wirkt entsprechend der lenzschen Regel in jedem Zeitpunkt hemmend auf den Anstieg bzw. Abfall des Stromes. Der Spulenstrom i_{bl} erreicht seinen Scheitelwert jeweils eine Viertelperiode ($\varphi = 90^\circ$) später als die Spannung u_{bl} an der Spule (**Bild 3b** und **Bild 3c**).

Am induktiven Blindwiderstand eilt der Wechselstrom der Wechselspannung um 90° nach.

Versuch: Legen Sie eine Spule ohne Eisenkern, z. B. mit 1000 Windungen, an 10 V Sinusspannung, $f = 50$ Hz (**Bild 1**). Messen Sie Strom und Spannung. Berechnen Sie den Scheinwiderstand. Wiederholen Sie den Versuch mit verschiedenen Spulenkernen (Stabkern, U-Kern, geschlossener Kern). Berechnen Sie jeweils den Scheinwiderstand aus den gemessenen Stromwerten und Spannungswerten.

Der Scheinwiderstand wird umso größer, je mehr Eisen vorhanden ist. Er ist bei geschlossenem Eisenkern am größten.

Eisen verstärkt die magnetische Flussdichte und damit die Spuleninduktivität L . Je größer die Induktivität L der Spule ist, desto größer ist die Selbstinduktionsspannung und damit auch der Blindwiderstand X_L . Der rechnerisch ermittelte Scheinwiderstand Z der Spule enthält den Wirkwiderstand R der Spule und den von der Spuleninduktivität L abhängigen induktiven Blindwiderstand X_L (**siehe auch Seite 136**).

Wird die Frequenz des Spulenstromes I_{bl} (**Bild 3a**) erhöht, so entsteht infolge der schnelleren Flussänderung eine größere Selbstinduktionsspannung; dadurch wird auch der Blindwiderstand X_L größer (**Bild 2**).

Der induktive Blindwiderstand X_L einer Spule ist umso größer, je größer die Induktivität L der Spule und je höher die Frequenz f bzw. die Kreisfrequenz ω ist.

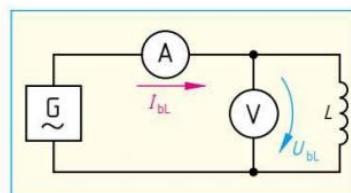


Bild 1: Spule als ideales Bauelement (Wirkwiderstand $R = 0 \Omega$) an Wechselspannung

Induktiver Blindwiderstand

Bei Sinusspannung:

$$X_L = \frac{U_{bl}}{I_{bl}}; \quad X_L = \omega \cdot L$$

$$[L] = \frac{Vs}{A} = H \quad [X_L] = \frac{1}{s} \cdot \frac{Vs}{A} = \Omega$$

H: Henry, Einheit der Induktivität L

- U_{bl} induktive Blindspannung
- I_{bl} induktiver Blindstrom
- X_L induktiver Blindwiderstand
- ω Kreisfrequenz
- L Induktivität

Beispiel:

Geg.: $L = 0,47$ H, $f = 50$ Hz

Ges.: X_L

Lösung:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L$$

$$X_L = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 0,47 \text{ H}$$

$$X_L = 148 \Omega$$

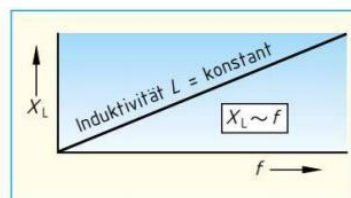


Bild 2: Blindwiderstand X_L in Abhängigkeit von der Frequenz f

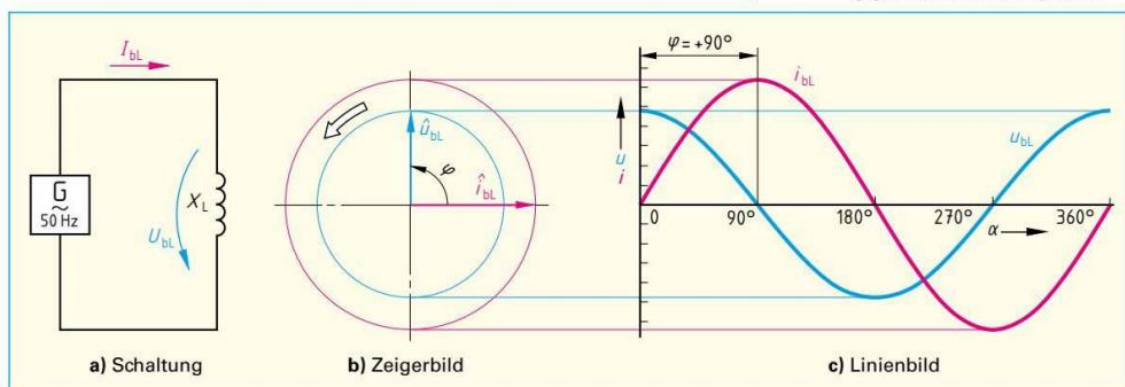


Bild 3: Stromstärke und Spannung bei einem induktiven Blindwiderstand ($R = 0 \Omega$, ideale Spule)

7.3.2 Reihenschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand

Versuch 1: Schließen Sie eine Drosselspule mit großer Induktivität, z.B. 3600 Windungen und geschlossenem Eisenkern, in Reihe mit einem Wirkwiderstand, z.B. $100\ \Omega$, an einen Sinusspannungserzeuger von z.B. 1 Hz an. Messen Sie die Spannung und die Stromstärke mit einem Gleichspannungsmesser bzw. mit einem Gleichstrommesser (Zeigermessinstrument, Nullstellung in Skalenmitte, **Bild 1**).

Der Zeiger des Strommessers pendelt um fast eine viertel Periode hinter dem Zeiger des Spannungsmessers hinterher.

Man kann eine reale Spule als Reihenschaltung aus einem Wirkwiderstand und einem induktiven Blindwiderstand auffassen. Diese gedachte Schaltung bezeichnet man als **Ersatzschaltung** der realen Spule (**Bild 2**).

Bei einer realen Spule ist die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung immer kleiner als 90° , weil die Spule einen Wirkwiderstand besitzt.

Versuch 2: Schließen Sie eine Spule, z.B. mit 1000 Windungen, in Reihe mit einem Widerstand (**Bild 2**), der von null bis $1\ \text{k}\Omega$ einstellbar ist, an eine Sinusspannung mit veränderlicher Frequenz an, z.B. an einen Funktionsgenerator. Stellen Sie den Wirkwiderstand so ein, dass eine Spannung von $U_w = 10\ \text{V}$ auftritt, und verändern Sie die Frequenz, bis die Spannung an der Spule $U_{\text{bl}} = 10\ \text{V}$ ist. Messen Sie die Gesamtspannung U .

Die Gesamtspannung ist $U \approx 14\ \text{V}$.

Nach den Gesetzen der Reihenschaltung fällt am Wirkwiderstand R die Wirkspannung U_w ab, am induktiven Blindwiderstand X_L die induktive Blindspannung U_{bl} (**Bild 2**). Der Versuch 2 zeigt jedoch, dass bei der Ermittlung der Gesamtspannung Wirk- und Blindspannung nicht arithmetisch addiert werden dürfen, da Wirk- und Blindspannung um 90° gegeneinander verschoben sind (**Bild 1b** und **1c**, **Seite 137**).

Die Ermittlung der Gesamtspannung und des Phasenverschiebungswinkels an einer Reihenschaltung von Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand zeigen **Bild 3** und **Bild 1**, **Seite 137**.

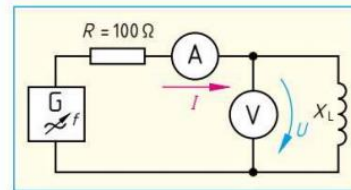


Bild 1: Versuch: Phasenverschiebung bei einer Spule

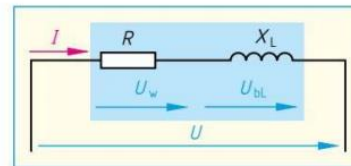


Bild 2: Ersatzschaltung einer realen Spule

Regeln zum Zeichnen von Zeigerbildern für einen Wechselstromkreis mit Wirk- und induktivem Blindwiderstand (**Bild 2** und **Bild 3**):

- ① Festlegen der Maßstäbe zur Bestimmung der Zeigerlänge: z.B. Spannungsmaßstab $4\ \text{V} \hat{=} 1\ \text{cm}$, Strommaßstab $5\ \text{mA} \hat{=} 1\ \text{cm}$.
- ② Zeichnen der gemeinsamen Bezugsgröße in die Waagerechte: Die Bezugsgröße ist in der Reihenschaltung der Strom I . Der Stromzeiger \hat{i} wird in Richtung der X-Achse waagrecht nach rechts abgetragen.
- ③ Phasenbetrachtung am Wirkwiderstand R : Die Wirkspannung U_w und der Strom I sind phasengleich \Rightarrow Der Spannungszeiger \hat{u}_w liegt parallel zum Stromzeiger \hat{i} .
- ④ Phasenbetrachtung am induktiven Blindwiderstand X_L : Die induktive Blindspannung U_{bl} eilt dem Strom I um 90° vor. \Rightarrow Wegen der Voreilung von 90° steht der Spannungszeiger \hat{u}_{bl} rechtwinklig (senkrecht) zum Zeiger \hat{i} und zeigt nach oben.
- ⑤ Die Gesamtspannung entsteht durch das Aneinanderfügen (geometrische Addition) der Spannungszeiger \hat{u}_w und \hat{u}_{bl} . Der Zeiger \hat{u}_{bl} wird dabei parallel an die Spitze vom Zeiger \hat{u}_w nach rechts verschoben. Die Diagonale in dem entstandenen Rechteck entspricht dem Scheitelwert \hat{u} der Gesamtspannung.
- ⑥ Die Gesamtspannung \hat{u} eilt dem gemeinsamen Strom \hat{i} um den Phasenverschiebungswinkel φ voraus. Der Phasenverschiebungswinkel φ wird ausgehend vom Stromzeiger \hat{i} (Bezugsgröße) in Richtung des Spannungszeigers \hat{u} abgetragen. Im Zeigerbild zeigt der Winkel in mathematisch positive Richtung.

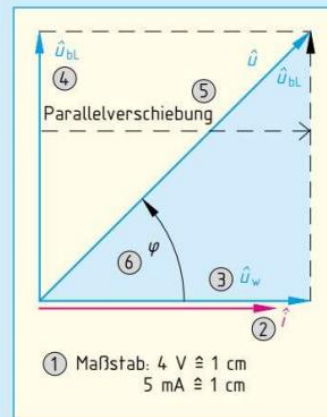


Bild 3: Spannungszeigerbild mit Scheitelwerten

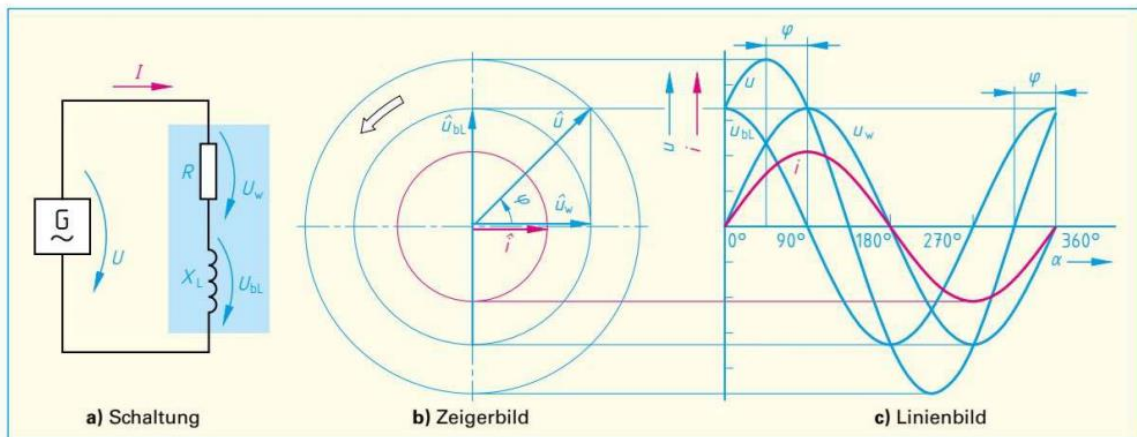


Bild 1: Reihenschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand

Wenn man die Scheitelwerte der Spannungen und der Stromstärke durch den Faktor $\sqrt{2}$ teilt, erhält man die Effektivwerte. Das Zeigerbild der Effektivwerte (**Bild 2**) ist dem Zeigerbild der Scheitelwerte ähnlich (**Bild 1**). Es ergibt sich der gleiche Phasenverschiebungswinkel zwischen dem Strom \hat{i} und der Spannung \hat{u} wie zwischen den Zeigern der Effektivwerte von I und U . Der Zeiger U_w liegt parallel zu I . Die Blindspannung U_{bl} eilt um 90° dem Stromzeiger I (**Bild 2**) voraus. Die Gesamtspannung U ergibt sich durch geometrische Addition der Zeiger U_w und U_{bl} .

Scheitelwerte und Effektivwerte sind verhältnismäßig. Effektivwerte von phasenverschobenen Sinusgrößen muss man geometrisch addieren.

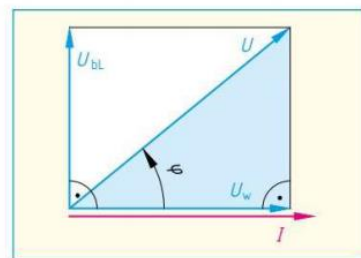


Bild 2: Geometrische Addition von Spannungszeigern

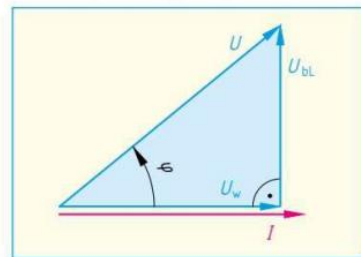


Bild 3: Spannungsdreieck

7.3.3 Spannungsdreieck

Die drei Spannungen U_w , U_{bl} und U haben in der Zeigerdarstellung einen gemeinsamen Drehpunkt (**Bild 2**). Sie können zur weiteren Vereinfachung als Dreieck gezeichnet werden. Hierzu muss man die Spannung U_{bl} in **Bild 2** parallel an die Pfeilspitze von U_w verschieben. Dadurch ändert sich weder die Richtung noch der Betrag, d.h. die Länge des Zeigers. Es entsteht das Spannungsdreieck (**Bild 3**).

Im Zeigerbild stehen Wirkwerte, z. B. U_w , und Blindwerte, z. B. U_{bl} , immer senkrecht zueinander.

Das Spannungsdreieck ist stets ein rechtwinkliges Dreieck. Deshalb kann man die Gesamtspannung auch rechnerisch mit dem Lehrsatz des Pythagoras ermitteln: $U = \sqrt{U_w^2 + U_{bl}^2}$.

Mit den trigonometrischen Funktionen Cosinus und Sinus können die Blindspannung U_{bl} und die Wirkspannung U_w ermittelt werden, wenn die Gesamtspannung U und der Phasenverschiebungswinkel φ bekannt sind.

- **Cosinus:** In dem rechtwinkligen Dreieck (**Bild 3**) ist der Cosinus φ das Verhältnis von Ankathete U_w zur Hypotenuse U . Auf den Phasenverschiebungswinkel φ bezogen gilt: $\cos \varphi = U_w/U$.
- **Sinus:** Der Sinus φ ist das Verhältnis von Gegenkathete zur Hypotenuse. Hier gilt: $\sin \varphi = U_{bl}/U$.

Wirk- und Blindspannung

Im Spannungsdreieck gilt:

$\sin \varphi = \frac{U_{bl}}{U} \Rightarrow U_{bl} = U \cdot \sin \varphi$

$\cos \varphi = \frac{U_w}{U} \Rightarrow U_w = U \cdot \cos \varphi$

$U^2 = U_w^2 + U_{bl}^2$

| | |
|----------------|----------------------------|
| φ | Phasenverschiebungswinkel |
| $\sin \varphi$ | Blindfaktor |
| $\cos \varphi$ | Wirkfaktor |
| U | Gesamtspannung |
| U_w | Wirkspannung |
| U_{bl} | induktive Blindspannung |
| I | Strom |
| R | Wirkwiderstand |
| X_L | induktiver Blindwiderstand |

7.3.4 Widerstandsdreieck

In der Reihenschaltung **Bild 1a** kann man die Widerstände berechnen, wenn die Teilspannungen und der Strom bekannt sind. Der Scheinwiderstand Z von Reihenschaltungen kann zeichnerisch durch das Widerstandsdreieck (**Bild 1b**) ermittelt werden. In den Widerstandsgleichungen zur Berechnung von R , X_L und Z tritt derselbe Strom auf. Deshalb sind die Widerstände den zugehörigen Spannungen verhältnismäßig und deshalb ist auch das Widerstandsdreieck dem Spannungsdreieck ähnlich.

Beispiel:

In einer Reihenschaltung aus Wirkwiderstand $R = 1 \text{ k}\Omega$ und induktivem Blindwiderstand X_L fließt bei $U = 24 \text{ V}$ ein Strom $I = 4,8 \text{ mA}$. Berechnen Sie **a)** den Scheinwiderstand Z , **b)** den induktiven Blindwiderstand X_L und **c)** die Teilspannungen U_w und U_{bl} .

Lösung:

$$\text{a) } Z = \frac{U}{I} = \frac{24 \text{ V}}{4,8 \text{ mA}} = 5000 \Omega = \mathbf{5 \text{ k}\Omega}$$

$$\text{b) } Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \Rightarrow X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{(5000 \Omega)^2 - (1000 \Omega)^2} = \mathbf{4900 \Omega}$$

$$\text{c) } U_w = I \cdot R = 4,8 \text{ mA} \cdot 1000 \Omega = \mathbf{4,8 \text{ V}}$$

$$U_{bl} = I \cdot X_L = 4,8 \text{ mA} \cdot 4900 \Omega = \mathbf{23,5 \text{ V}}$$

7.3.5 Verlustwinkel, Verlustfaktor und Gütefaktor einer Spule

Bei einer idealen Spule (**Seite 135, Bild 3**) beträgt der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen dem Strom und der Spannung 90° . Da eine reale Spule (**Bild 1a**) immer einen Wirkwiderstand (ohmschen Spulenwiderstand) hat, ist der Phasenverschiebungswinkel φ immer kleiner als 90° (**Bild 1b und Bild 2**).

Gegenüber dem Winkel φ liegt der **Verlustwinkel** δ^1 . Er beträgt $\delta = 90^\circ - \varphi$ (**Bild 2**). Der ohmsche Widerstand R ist auch ein Maß für die Verluste der Spule. Je größer der Wirkwiderstand (Verlustwiderstand) R ist, desto größer ist der Verlustwinkel δ und somit auch die Spulenverluste (**siehe auch Seite 143**).

Der Tangens des Verlustwinkels δ ist das Verhältnis von Wirkwiderstand (Verlustwiderstand) R zum induktiven Blindwiderstand X_L (**Bild 2**) und wird auch **Verlustfaktor** d genannt. Der Kehrwert des Verlustfaktors d ist der **Gütefaktor** Q .

Je höher der Gütefaktor Q , desto geringer die Spulenverluste.

Der Gütefaktor Q wird z. B. bei einer Entstördrossel bei 50 MHz in der Praxis mit 40 bis 80 angegeben.

Beispiel:

Eine Entstördrossel zur Filterung von Störimpulsen hat folgende Angaben: $L = 100 \mu\text{H}$ bei $f = 1 \text{ kHz}$, Verlustwiderstand $R = 40 \text{ m}\Omega$.

Berechnen Sie **a)** den Verlustfaktor d , **b)** den Verlustwinkel δ und **c)** die Güte Q .

Lösung:

$$\text{a) } d = \frac{R}{X_L} = \frac{R}{2\pi \cdot f \cdot L} = \frac{40 \text{ m}\Omega}{2\pi \cdot 1 \text{ kHz} \cdot 100 \mu\text{H}} = \frac{0,04 \Omega}{2\pi \cdot 100 \frac{1}{\text{s}} \cdot 0,1 \text{ mH}} = \mathbf{0,0637}$$

$$\text{b) } \tan \delta = d = 0,0637 \Rightarrow \delta = \mathbf{3,6^\circ} \quad \text{c) } Q = \frac{1}{d} = \frac{1}{0,0637} = \mathbf{15,7}$$

¹ δ griech. Kleinbuchstabe delta

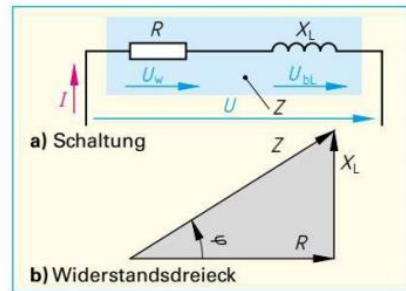


Bild 1: Widerstände einer realen Spule

Widerstände in Reihenschaltung

$$R = \frac{U_w}{I}$$

$$X_L = \frac{U_{bl}}{I}$$

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$R = Z \cdot \cos \varphi$$

$$X_L = Z \cdot \sin \varphi$$

X_L induktiver Blindwiderstand
 Z Scheinwiderstand
 U_{bl} induktive Blindspannung
 U_w Wirkspannung
 I Strom
 U Gesamtspannung
 φ Phasenverschiebungswinkel

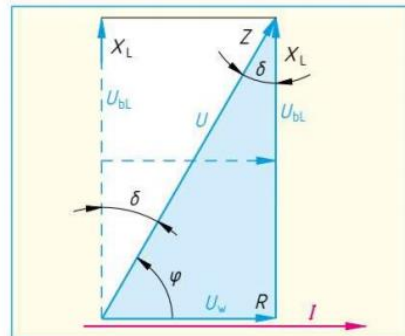


Bild 2: Spannungsdreieck mit Verlustwinkel δ

Verlustwinkel und Gütefaktor

$$\tan \delta = d \Rightarrow d = \frac{R}{X_L} = \frac{U_w}{U_{bl}}$$

$$Q = \frac{1}{d} \Rightarrow Q = \frac{X_L}{R}$$

φ Phasenverschiebungswinkel
 U Gesamtspannung
 U_w Wirkspannung
 U_{bl} induktive Blindspannung
 I Strom
 R Verlustwiderstand (Wirkwiderstand)
 X_L induktiver Blindwiderstand
 d Verlustfaktor
 Q Gütefaktor
 δ Verlustwinkel

7.3.6 Parallelschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand

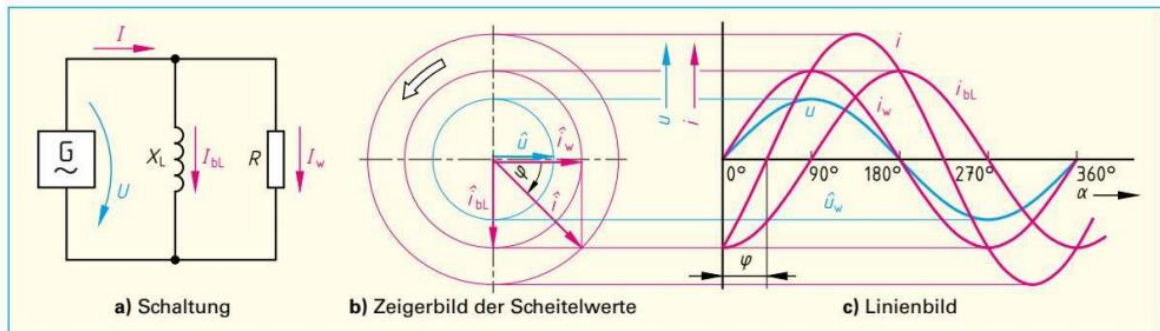


Bild 1: Parallelschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand

Nach den Gesetzen der Parallelschaltung teilt sich der Gesamtstrom I in einen Blindstrom I_{bl} durch den induktiven Blindwiderstand X_L und in einen Wirkstrom I_w durch den Wirkwiderstand R auf (Bild 1a). An beiden Widerständen liegt die gemeinsame Spannung U . Der Wirkstrom I_w ist mit der gemeinsamen Spannung U phasengleich. Der induktive Blindstrom I_{bl} eilt der gemeinsamen Spannung U um 90° nach. Deshalb ist der Scheitelwert \hat{I} des Gesamtstromes kleiner als die arithmetische Summe der Scheitelwerte \hat{I}_{bl} und \hat{I}_w (Bild 1b). Der Gesamtstrom i eilt der gemeinsamen Spannung u um den Phasenverschiebungswinkel φ nach (Bild 1c). Der Phasenverschiebungswinkel φ wird ausgehend vom Spannungszeiger \hat{U} (Bezugsgröße) in Richtung des Stromzeigers \hat{I} abgetragen (Bild 1b). Im Zeigerbild ist der Winkel rechtsdrehend im Uhrzeigersinn.

Bei der Parallelschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand eilt der Gesamtstrom I der gemeinsamen Spannung U um den Phasenverschiebungswinkel φ nach.

Der Scheitelwert \hat{I} des Gesamtstromes kann aus dem Zeigerbild ermittelt werden (Bild 1b). Die Augenblickswerte des Gesamtstromes erhält man, indem jeweils gleichzeitige Augenblickswerte von Wirkstrom und Blindstrom arithmetisch addiert werden (Bild 1c).

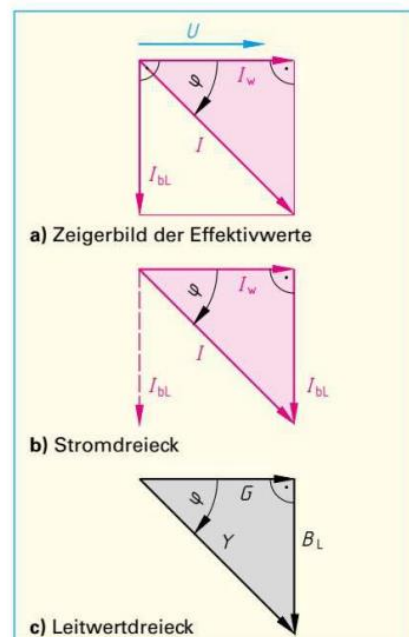


Bild 2: Zeigerbilder

7.3.7 Stromdreieck und Leitwertdreieck

Teilt man in Bild 1b die Scheitelwerte der Ströme und der gemeinsamen Spannung durch den Faktor $\sqrt{2}$, erhält man die Effektivwerte (Bild 2a). Scheitelwerte und Effektivwerte sind deshalb verhältnismäßig, das Zeigerbild der Effektivwerte (Bild 2a) ist dem Zeigerbild der Scheitelwerte (Bild 1b) ähnlich.

Die drei Ströme I_w , I_{bl} und I in Bild 2 haben in ihrer Zeigerdarstellung einen gemeinsamen Drehpunkt. Sie können zur weiteren Vereinfachung als Dreieck (Stromdreieck, Bild 2b) gezeichnet werden. Hierzu muss man den Strom I_{bl} parallel an die Pfeilspitze von I_w verschieben. Das Stromdreieck ist ein rechtwinkliges Dreieck. Deshalb lassen sich auf die Ströme dieses Dreiecks der Satz des Pythagoras und die Winkelfunktionen anwenden. Da sich bei der Parallelschaltung die Leitwerte wie die Ströme verhalten, ist das Leitwertdreieck (Bild 2c) dem Stromdreieck ähnlich. Mithilfe des Leitwertdreiecks kann der Scheinleitwert Y und daraus der Scheinwiderstand Z der Parallelschaltung berechnet werden.

Leitwerte in Parallelschaltung

$I = \sqrt{I_w^2 + I_{bl}^2} \quad [Y] = S$

$Y = \sqrt{G^2 + B_L^2} \quad [G] = S; [B_L] = S$

$Y = \frac{1}{Z} \quad G = \frac{1}{R} \quad B_L = \frac{1}{X_L}$

| | |
|----------|-------------------------------|
| I | Gesamtstrom |
| I_w | Wirkstrom |
| I_{bl} | induktiver Blindstrom |
| Y | Scheinleitwert in S (Siemens) |
| G | Wirkleitwert in S |
| B_L | induktiver Blindleitwert in S |
| Z | Scheinwiderstand |
| R | Wirkwiderstand |
| X_L | induktiver Blindwiderstand |

7.4 Leistungen im Wechselstromkreis

In Wechselstromkreisen unterscheidet man die Wirkleistung P , die induktive oder die kapazitive Blindleistung Q_L bzw. Q_C (Seite 148) und die Scheinleistung S .

7.4.1 Wirkleistung

Schaltet man einen Wirkwiderstand (Bild 1) in einen Wechselstromkreis, so entsteht Wirkleistung P . Spannung U_w und Strom I_w sind phasengleich (Bild 2), d. h. der Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 0^\circ$.

Durch Multiplikation zusammengehöriger Augenblickswerte von Strom i_w und Spannung u_w erhält man die Augenblickswerte der Leistung bei Wechselstrom. Das Linienbild der Wirkleistung p ist immer positiv (Bild 2). Die Leistung hat jedoch die doppelte Frequenz wie die Spannung. Sie kann deswegen nicht mit Strom und Spannung in ein gemeinsames Zeigerbild gezeichnet werden.

Positive Leistung bedeutet einen Energiefluss vom Erzeuger zum Verbraucher.

Die Wechselstromleistung hat den Scheitelwert $\hat{p} = \hat{u}_w \cdot \hat{i}_w$. Wandelt man die Sinuskurve von p in ein flächengleiches Rechteck um, erhält man die gleichwertige Gleichstromleistung, die dem Effektivwert der Wirkleistung P entspricht (Bild 2). Die Wirkleistung an dem Wirkwiderstand ist halb so groß wie der Scheitelwert \hat{p} der Leistung.

Beispiel:

Die Kochzone eines Ceranfeldes für 230 V soll überprüft werden. Dazu wurde ein Widerstand von 24Ω gemessen. Ermitteln Sie a) den Scheitelwert des Stromes \hat{I}_w , b) die Leistung P und c) den Scheitelwert \hat{p} der Leistung.

Lösung:

- a) $I_w = \frac{U_w}{R} = \frac{230 \text{ V}}{24 \Omega} = 9,58 \text{ A}; \hat{I}_w = \sqrt{2} \cdot I_w = \sqrt{2} \cdot 9,58 \text{ A} = 13,54 \text{ A}$
 b) $P = U_w \cdot I_w = 230 \text{ V} \cdot 9,58 \text{ A} = 2203 \text{ W} = 2,2 \text{ kW}$
 c) $\hat{p} = 2 \cdot P = 2 \cdot 2203 \text{ W} = 4406 \text{ W} = 4,4 \text{ kW}$

7.4.2 Blindleistung

Im Versorgungsnetz befinden sich neben Wirkverbrauchern vor allem auch induktive Verbraucher, z. B. Motoren, Relais und Leuchtstofflampen.

Zur Erzeugung eines elektromagnetischen bzw. elektrischen Feldes ist bei Wechselstrom Blindleistung notwendig. Sie kann in keine andere Energieform, z. B. Wärme, umgewandelt werden.

Befindet sich eine reine Induktivität (Bild 3) oder eine reine Kapazität im Wechselstromkreis, beträgt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung 90° .

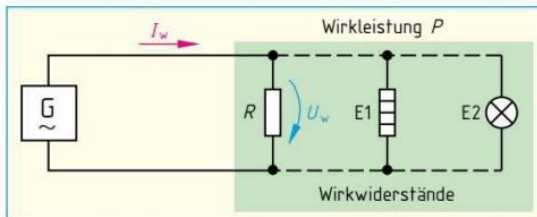


Bild 1: Wirkwiderstand an Wechselspannung

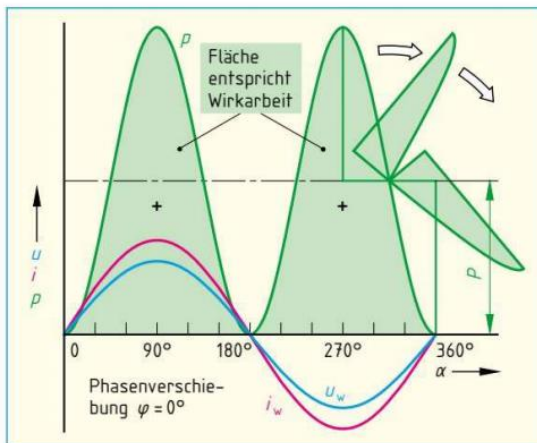


Bild 2: Wechselstromleistung bei Wirklast

| Wirkleistung | |
|----------------------------------|---|
| $P = U_w \cdot I_w$ | $[P] = W \quad \hat{p} = 2 \cdot P \quad \hat{p} = \hat{u}_w \cdot \hat{i}_w$ |
| $\hat{u}_w = \sqrt{2} \cdot U_w$ | $\hat{i}_w = \sqrt{2} \cdot I_w \quad R = \frac{U_w}{I_w}$ |
| P | Wirkleistung |
| U_w, I_w | Spannung, Strom (Effektivwerte) |
| R | Wirkwiderstand (ohmscher Widerstand) |
| $\hat{p}, \hat{i}_w, \hat{u}_w$ | Leistung, Strom, Spannung (Scheitelwerte) |
| $\sqrt{2}$ | Scheitelfaktor |

Leistungen bei induktiver Last: Seite 142

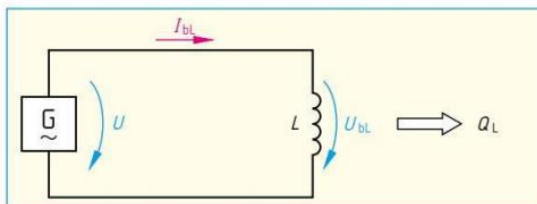


Bild 3: Ideale Spule an Wechselspannung

| Blindleistung | |
|-----------------------------|--|
| $Q_L = U_{bl} \cdot I_{bl}$ | $[Q_L] = \text{var}^1 = W \quad X_L = \frac{U_{bl}}{I_{bl}}$ |
| Q_L | induktive Blindleistung |
| U_{bl} | induktive Blindspannung |
| I_{bl} | induktiver Blindstrom |
| X_L | induktiver Blindwiderstand |

¹ nach DIN 1304 anstelle von W auch var und VA (Voltampere)
 var = Volt Ampere reaktiv; reaktiv (lat.) = rückwirkend

Multipliziert man die zusammengehörigen Augenblickswerte von Spannung und Strom, ergibt sich eine Sinuskurve. Die positiven und negativen Flächenteile haben die gleiche Größe (**Bild 1**). Der Mittelwert der Leistung, d.h. die Wirkleistung P ist dann null. Die auftretende Leistung an der Induktivität oder Kapazität nennt man induktive bzw. kapazitive Blindleistung Q_L bzw. Q_C (**Seite 142 und 145**). Zwischen 90° und 180° sowie zwischen 270° bis 360° wird elektrische Energie in magnetische Energie umgewandelt und das Magnetfeld der Spule aufgebaut (**Bild 1**). Ab 0° bis 90° sowie 180° bis 270° wird das Magnetfeld abgebaut. Dabei entsteht eine Selbstinduktionsspannung, die den Strom entgegengesetzt zur angelegten Spannung treibt. Die magnetische Energie wird in elektrische umgewandelt und der Stromquelle wieder zugeführt. Die ganze Energie pendelt zweimal in einer Periode zwischen Verbraucher und Erzeuger hin und her.

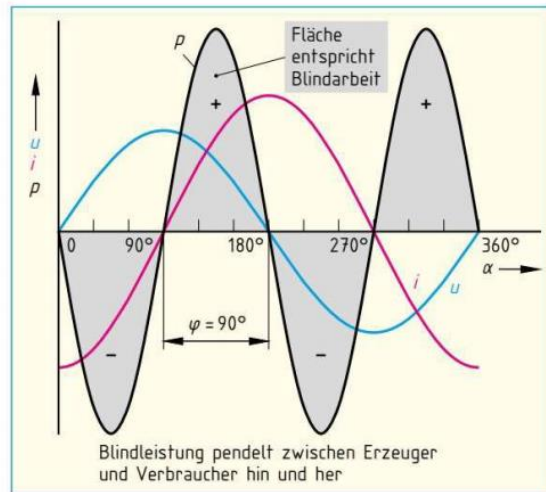


Bild 1: Induktive Blindleistung

7.4.3 Scheinleistung

Versuch: Schließen Sie eine Spule, z.B. mit 1000 Windungen, an Wechselspannung 10 V/50 Hz an (**Bild 2**). Messen Sie Stromstärke, Spannung und Leistung mit dem Leistungsmesser. Vergleichen Sie das Produkt aus Spannung und Stromstärke mit der Anzeige des Leistungsmessers.

Die berechnete Scheinleistung ist größer als die Anzeige des Leistungsmessers.

Die Scheinleistung S ist das Produkt der Effektivwerte von Spannung und Stromstärke.

Der Leistungsmesser zeigt die **Wirkleistung** P an, die so groß ist wie der Mittelwert aller Augenblickswerte $p = u \cdot i$. Die Wirkleistung P ist deshalb bei einer Phasenverschiebung φ zwischen Strom und Spannung immer kleiner als die **Scheinleistung** S .

Während der Periodenabschnitte mit positiver Leistung wird Energie aus dem Netz entnommen. Negative Leistung bedeutet, dass die Energie an das Netz zurück geliefert wird (**Bild 1**). Die Differenz zwischen der positiven Energie und der negativen Energie wird in der Spule in Wirkarbeit (Wärme) umgesetzt (**Bild 3, grüne Linie**).

Bei induktiven Verbrauchern im Wechselstromnetz, z.B. Motoren in Haushaltsgeräten, treten **Wirk- und Blindleistung** gemeinsam auf. Diese Gesamtleistung bezeichnet man als Scheinleistung und hat die Einheit VA (Voltampere). Die Scheinleistung entspricht der **geometrischen Summe** aus Wirkleistung und Blindleistung (**siehe Seite 142**).

Die Scheinleistung S ist entscheidend für die Belastung der elektrischen Leitungsnetze. Deshalb müssen z.B. Transformatoren, Generatoren, Schaltanlagen und Leiterquerschnitte für die auftretende Scheinleistung dimensioniert sein.

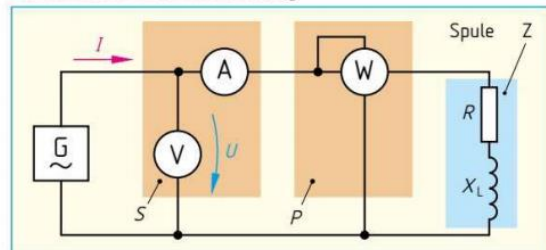


Bild 2: Ermittlung der Wirkleistung und Scheinleistung an einer Spule

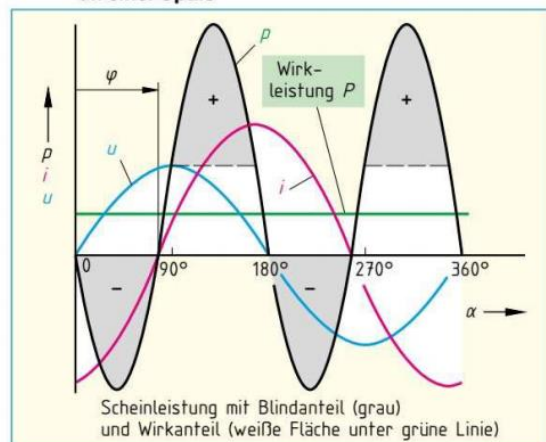


Bild 3: Wirkleistung P (Phasenverschiebungswinkel $\varphi = 80^\circ$)

Kompensation: Seite 164

Scheinleistung

$$S = U \cdot I \quad [S] = V \cdot A = VA$$

$$S^2 = P^2 + Q_L^2 \quad S = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$$

- S Scheinleistung
- U Spannung (Effektivwert)
- I Strom (Effektivwert)
- P Wirkleistung
- Q_L induktive Blindleistung

7.4.4 Zusammenhang zwischen der Wirk-, Blind- und Scheinleistung

Befindet sich im Wechselstromkreis z. B. ein Motor oder eine Spule (Bild 1), die als Reihenschaltung einer Induktivität und eines Wirkwiderstands aufgefasst werden kann, sind drei Leistungen vorhanden.

- **Wirkleistung P:** Tritt im Wirkwiderstand R z. B. als Wärme auf.
- **Blindleistung Q_L:** Wird zum Auf- und Abbau des magnetischen Feldes benötigt.
- **Scheinleistung S:** Ergibt sich aus dem Produkt von Spannung und Strom oder aus der geometrischen Addition von Wirk- und Blindleistung. Es gilt: $S = U \cdot I$ und $S^2 = P^2 + Q_L^2$

Der Zusammenhang der Leistungen kann in einem rechtwinkligen Dreieck dargestellt werden (Bild 2 und Bild 4). Für eine Reihenschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand (Bild 1) ist das Leistungsdreieck (Bild 2) ähnlich dem Spannungs- und Widerstandsdreieck, da bei der Berechnung der Leistungen jeweils derselbe Strom auftritt.

Bei der Reihenschaltung gilt:

$S = U \cdot I$ und $P = U_w \cdot I$ sowie $Q_L = U_{bl} \cdot I$

Bei einer Parallelschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand (Bild 3) ist das Leistungsdreieck (Bild 4) ähnlich dem Strom- und Leitwertdreieck, da in den Leistungsformeln jeweils dieselbe Spannung auftritt.

Bei der Parallelschaltung gilt:

$S = U \cdot I$ und $P = U \cdot I_w$ sowie $Q_L = U \cdot I_{bl}$

Der Winkel φ zwischen P und S (Bild 2 und Bild 4) ist gleich dem Phasenverschiebungswinkel φ . Die einzelnen Seiten im Leistungsdreiecks lassen sich mithilfe der trigonometrischen Funktionen oder mit dem Satz des Pythagoras berechnen.

Beispiel:

Ermitteln Sie aus dem nebenstehenden Leistungsschild eines Wechselstrommotors

- die zugeführte Wirkleistung P_1^* ,
- die Scheinleistung S,
- die Blindleistung Q_L ,
- den Wirkungsgrad η .

| | | |
|-------------------------------|------------------|---------------------|
| Hersteller Made in Germany | | |
| 1 ~ Mot. | | |
| IP55 | 0,25 kW | $\cos \varphi$ 0,65 |
| 230 V | 2,2 A | 50 Hz |
| C_A 27 μ F/450 V | C_B μ F/ V | |
| 2870 min ⁻¹ | EN 60034 | |

Lösung:

- $P_1 = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 230 \text{ V} \cdot 2,2 \text{ A} \cdot 0,65 = 329 \text{ W}$
- $S = U \cdot I = 230 \text{ V} \cdot 2,2 \text{ A} = 506 \text{ VA}$
- $Q_L = \sqrt{S^2 - P_1^2} = \sqrt{(506 \text{ VA})^2 - (329 \text{ W})^2} = 384 \text{ var}$
- $\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{250 \text{ W}}{329 \text{ W}} = 0,76 \Rightarrow 76 \%$

* Auf dem Leistungsschild eines Motors stehen Bemessungswerte. Die Angabe 0,25 kW ist die abgegebene mechanische Leistung P_2 an der Welle. Die zugeführte elektrische Wirkleistung P_1 kann berechnet werden.

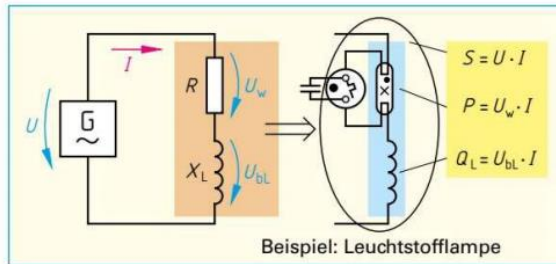


Bild 1: Reihenschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand

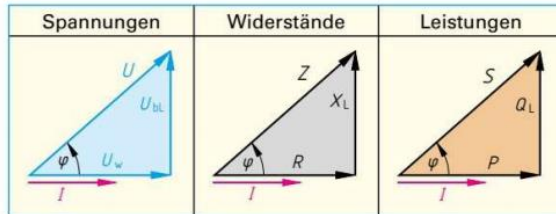


Bild 2: RL-Reihenschaltung (Zeigerbilder)

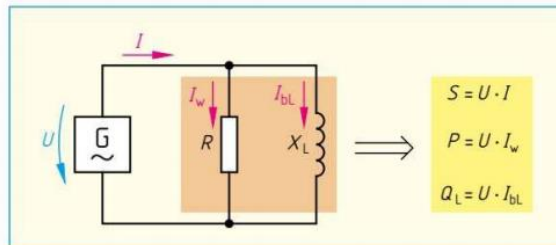


Bild 3: Parallelschaltung aus Wirkwiderstand und induktivem Blindwiderstand

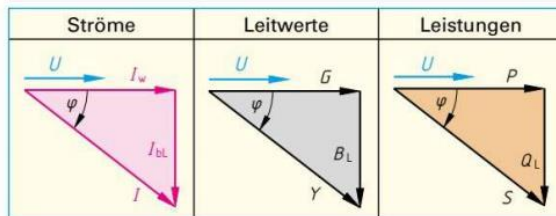


Bild 4: RL-Parallelschaltung (Zeigerbilder)

Leistungen bei induktiver Last

| | |
|---|--------------------------------------|
| $S^2 = P^2 + Q_L^2 \Rightarrow S = \sqrt{P^2 + Q_L^2}$ | $S = U \cdot I$ |
| $\cos \varphi = \frac{P}{S} \Rightarrow P = S \cdot \cos \varphi$ | $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$ |
| $\sin \varphi = \frac{Q_L}{S} \Rightarrow Q_L = S \cdot \sin \varphi$ | $Q_L = U \cdot I \cdot \sin \varphi$ |
| $\tan \varphi = \frac{Q_L}{P}$ | $Q_L = P \cdot \tan \varphi$ |
| S Scheinleistung | [S] = VA = W |
| P Wirkleistung | [P] = W |
| Q _L induktive Blindleistung | [Q _L] = var = W |
| φ Phasenverschiebungswinkel | |
| $\cos \varphi$ Wirkfaktor | |
| $\sin \varphi$ Blindfaktor | |

7.4.5 Leistungsfaktor, Wirkfaktor und Blindfaktor

In heutigen Versorgungsnetzen sind durch den Einsatz von elektronischen Betriebsmitteln Wechselgrößen nicht mehr rein sinusförmig, sondern mit Oberschwingungen behaftet (**Seite 308**). Man unterscheidet deshalb zwischen **Wirkfaktor** (Verschiebungsfaktor) $\cos \varphi$ und **Leistungsfaktor** λ^1 .

Der Wirkfaktor $\cos \varphi$ gibt das Verhältnis von Wirkleistung P zur Scheinleistung S an. Leistungsfaktor λ gilt für alle Wechselgrößen und berücksichtigt neben der Grundschwingung auch die Oberschwingungsblindleistung.

Wirkfaktor $\cos \varphi$ gilt nur bei rein sinusförmigen Spannungen und Strömen. Wenn Strom und Spannung rein sinusförmig sind, gilt $\cos \varphi = \lambda$.

Soll z. B. Wirkleistung bei einem Wirkfaktor von $\cos \varphi = 0,5$ zu einem Verbraucher transportiert werden, so müssen Generatoren, Umspanner und Leitungsnetz bei gleicher Wirkleistung für den doppelten Strom ausgelegt sein wie bei $\cos \varphi = 1$. Die Anlagenkosten steigen dadurch erheblich. Der Wirkfaktor kann durch Kompensation der Blindleistung (**Seite 164**) verbessert werden (**Bild 1**).

Das Verhältnis von Blindleistung zu Scheinleistung nennt man Blindfaktor.

Beispiel:

In einem Klassensaal sind 20 Leuchtstofflampen 230 V/58 W angeschlossen. Das Vorschaltgerät nimmt je Lampe 11 W auf. Berechnen Sie die Stromstärke für **a)** $\cos \varphi_1 = 0,5$ (unkompensiert) und **b)** $\cos \varphi_2 = 0,9$ (kompensiert).

Lösung: (siehe auch **Bild 1**)

a) Leistungsaufnahme je Lampe und Vorschaltgerät: $P_1 = 58 \text{ W} + 11 \text{ W} = 69 \text{ W}$.
Wirkleistungsaufnahme für 20 Lampen: $P_G = 20 \cdot 69 \text{ W} = 1380 \text{ W} = 1,38 \text{ kW}$.

$$\cos \varphi_1 = \frac{P_G}{S_1} \Rightarrow S_1 = \frac{P_G}{\cos \varphi_1} = \frac{1,38 \text{ kW}}{0,5} = 2,76 \text{ kW} = 2,76 \text{ kVA}.$$

$$\text{Bei } 230 \text{ V ist: } I_1 = \frac{S_1}{U} = \frac{2760 \text{ VA}}{230 \text{ V}} = 12 \text{ A (unkompensiert)}$$

b) $S_2 = \frac{P_G}{\cos \varphi_2} = \frac{1,38 \text{ kW}}{0,9} = 1,53 \text{ kVA}$. $I_2 = \frac{S_2}{U} = \frac{1530 \text{ VA}}{230 \text{ V}} = 6,67 \text{ A (kompensiert)}$

Leistungsfaktoren

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} \quad \sin \varphi = \frac{Q_L}{S} \quad \lambda = \frac{P}{S}$$

| | |
|----------------|-------------------------|
| $\cos \varphi$ | Wirkfaktor |
| P | Wirkleistung |
| S | Scheinleistung |
| $\sin \varphi$ | Blindfaktor |
| Q_L | induktive Blindleistung |
| λ | Leistungsfaktor |

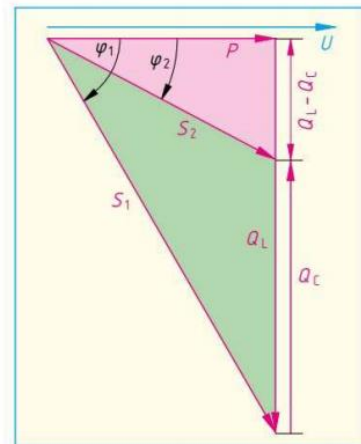


Bild 1: Leistungsdreieck



Bild 2: Schaltung der realen Spule

7.4.6 Verlustleistung bei realen Spulen

Bei Spulen wird ein Teil der elektrischen Energie in unerwünschte Wärme umgesetzt. Dadurch ist die vom Netz aufgenommene Leistung größer als die ins Netz zurückgegebene elektrische Leistung. Die Differenz zwischen aufgenommener Leistung und abgegebener Leistung wird als **Verlustleistung** der Spule bezeichnet. Man unterscheidet zwischen Wicklungsverlusten und Eisenverlusten.

Wicklungsverluste (Kupferverluste) entstehen durch den Leiterwiderstand der Wicklung bei Spulen an Gleichspannung oder an Wechselspannung.

Eisenverluste bei Spulen treten nur bei Wechselspannung auf. Bei den Eisenverlusten unterscheidet man **Hystereseverluste** und **Wirbelstromverluste**. Hystereseverluste entstehen durch die erforderliche Arbeit, die beim ständigen Ummagnetisieren des Spulenkerns aufgebracht werden muss. Wirbelstromverluste bilden sich durch Induktionsströme im Spulenkern, wenn dieser aus elektrisch leitfähigem Material besteht.

In der **Ersatzschaltung der realen Spule** (**Bild 2**) werden alle Verluste, die in der Spule entstehen, im Wirkwiderstand R zusammengefasst, weil sich die Spulenverluste in Wärme umsetzen.

Wiederholungsfragen

- 1 Welche Frequenz hat die Leistung im Vergleich zur Frequenz der dazugehörigen Spannung?
- 2 Wie groß ist bei einem Wirkwiderstand die Wirkleistung im Vergleich zum Scheitelwert der Leistung?
- 3 Was versteht man unter a) Wirkfaktor und b) Blindfaktor?
- 4 Wodurch entsteht bei einer Spule Verlustleistung?
- 5 Welche Verluste unterscheidet man bei Spulen?

¹ λ griech. Kleinbuchstabe Lambda

7.8 Siebschaltungen

Eine Reihenschaltung aus einem Wirkwiderstand und einer Induktivität (**Bild 1**) oder einer Kapazität (**Bild 1, Seite 155**) ist ein frequenzabhängiger Spannungsteiler. Je nachdem an welchem Bauelement man die Ausgangsspannung abgreift, entsteht ein Hochpass oder ein Tiefpass.

7.8.1 RL-Tiefpass

Versuch: Legen Sie eine Spule, z. B. mit $L = 40 \text{ mH}$, in Reihe mit einem Widerstand, z. B. $R = 100 \Omega$, an eine Sinusspannung mit veränderlicher Frequenz, z. B. an einen Funktionsgenerator (**Bild 1a**). Verändern Sie die Frequenz stetig, z. B. von 50 Hz bis 5 kHz. Messen Sie die Spannung U_2 .

Mit ansteigender Frequenz nimmt die Spannung U_2 ab (**Bild 1b**).

Die RL-Schaltung **Bild 1a** wird als **Tiefpass** bezeichnet mit der Eingangsspannung U_1 und den Teilspannungen U_{bl} und U_2 .

Bei tiefen Frequenzen, z. B. bei 50 Hz, hat die Induktivität L einen Blindwiderstand X_L , der im Vergleich zum Lastwiderstand R klein ist. Da sich Spannungen in Reihenschaltungen wie die dazugehörigen Widerstände verhalten, liegt in diesem Fall der größte Teil der Eingangsspannung U_1 als Ausgangsspannung U_2 am Lastwiderstand R . Bei hohen Frequenzen, z. B. bei 10 kHz, hat die Induktivität L einen großen Blindwiderstand X_L im Vergleich zum Lastwiderstand R . In diesem Fall liegt der größte Teil der Generatorspannung U_1 an der Induktivität L und nur eine kleine Teilspannung U_2 am Lastwiderstand R .

Bei der Grenzfrequenz f_c^1 ist der induktive Blindwiderstand X_L gleich dem Lastwiderstand R .

Bei der Grenzfrequenz ist die Blindspannung U_{bl} gleich groß wie der Spannungsfall U_2 (**Bild 2**), sodass sich das Verhältnis der Eingangsspannung U_1 zur Ausgangsspannung U_2 ermitteln lässt.

$$U_1^2 = U_{\text{bl}}^2 + U_2^2 \quad \text{mit } U_{\text{bl}} = U_2$$

$$U_1^2 = U_2^2 + U_2^2 = 2 \cdot U_2^2$$

Bei $f = f_c$ gilt: $U_1 = \sqrt{2} \cdot U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot U_1$

Anwendung: RL-Tiefpässe werden eingesetzt, wenn Ströme mit niedriger Frequenz, z. B. 50 Hz, fließen und Ströme mit hoher Frequenz, z. B. bei Störspannungen unterdrückt werden sollen (**Funkentstörung, Seite 413**).

7.8.2 RL-Hochpass

Beim RL-Hochpass wird die Ausgangsspannung am frequenzabhängigen Blindwiderstand der Spule abgenommen (**Bild 3**). Der Blindwiderstand ist bei niedrigen Frequenzen klein und steigt mit zunehmender Frequenz. Die Ausgangsspannung U_2 verhält sich direkt proportional zum Blindwiderstandswert X_L und wird bei hohen Frequenzen groß, bis sie die Höhe der Eingangsspannung U_1 erreicht. Die Grenzfrequenz f_c (Induktiver Blindwiderstand $X_L = \text{Wirkwiderstand } R$) berechnet sich entsprechend dem RL-Tiefpass mit $f_c = R/2 \cdot \pi \cdot L$.

Siebschaltungen, die tiefe Frequenzen dämpfen und Frequenzen oberhalb ihrer Grenzfrequenz durchlassen, sind Hochpassfilter.

Anwendung: Niedrige Störfrequenzen sollen nicht an den Ausgang des Filters gelangen, z. B. Einsatz in der Tontechnik.

¹ Index c von cutt-off (engl.) = abschneiden

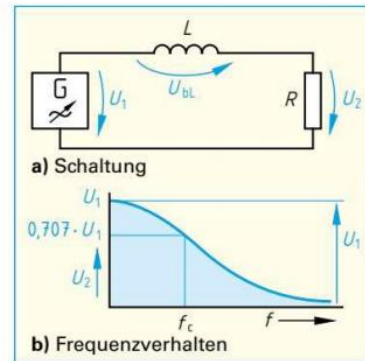


Bild 1: RL-Tiefpass

Grenzfrequenz beim RL-Tiefpass und RL-Hochpass

Bei der Grenzfrequenz f_c gilt:

$$R = X_L \Rightarrow R = 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot L$$

$$f_c = \frac{R}{2 \cdot \pi \cdot L}$$

$$U_2 = \frac{U_1}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot U_1$$

| | |
|-------|------------------|
| R | Wirkwiderstand |
| L | Induktivität |
| U_1 | Eingangsspannung |
| U_2 | Ausgangsspannung |
| f_c | Grenzfrequenz |

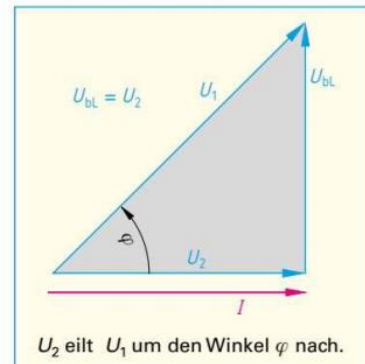


Bild 2: Spannungsreieck

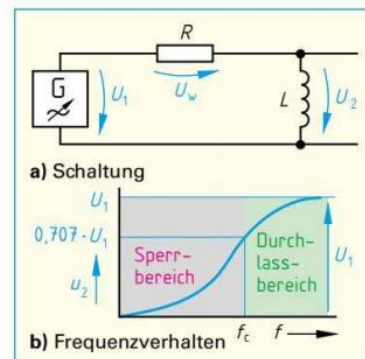


Bild 3: RL-Hochpass